

Разработка и апробация математической модели пространственного деформирования гофробалок

Сергей Александрович МАКЕЕВ, доктор технических наук, e-mail: makeev608079@mail.ru

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ)»,
644080 Омск, просп. Мира, 5

Наталья Геннадьевна СИЛИНА, исполнительный директор, e-mail: n.silina@stako.ru

ЗАО «ЦНИИПСК им. Мельникова», 117393 Москва, ул. Архитектора Власова, 49

Зиновий Наумович СОКОЛОВСКИЙ, кандидат технических наук, e-mail: ninasok@yandex.ru

ФГБОУ ВО «Омский государственный технический университет» (ОмГТУ), 644050 Омск, просп. Мира, 11

Аннотация. Построение адекватной математической модели пространственного изгиба гофробалок в упругой постановке с учетом больших перемещений – актуальная задача. Ее решение даст возможность исследовать общую устойчивость гофробалок, в том числе при нагрузках, превышающих критические. Построена математическая модель прямого стержня, включая гофробалки, в режиме косоугольного изгиба с растяжением-сжатием и кручением. Разработанная модель представлена системой 12 нелинейных дифференциальных уравнений с возможностью исследования напряженно-деформированного состояния балок переменного сечения, нагруженных различными поперечными распределенными и сосредоточенными нагрузками, с любыми граничными условиями закрепления. Предлагаемая модель применима для оценки критических нагрузок методом неидеальностей, а также для исследования закритического поведения прямых стержней при потере общей устойчивости при изгибе, в том числе балок с гофрированными стенками. Разработан, реализован и верифицирован алгоритм решения предложенной системы дифференциальных уравнений. С помощью данной математической модели проведено численное исследование поведения экспериментальной гофробалки в режиме поперечного изгиба в плоскости стенки с верификацией нагрузок, соответствующих первой форме потери устойчивости балки из плоскости стенки в ЛИРА-САПР.

Ключевые слова: математическая модель, дифференциальные уравнения, гофробалка, общая устойчивость балки из плоскости стенки, критическая нагрузка, метод Эйлера.

DEVELOPMENT AND APPROBATION OF A MATHEMATICAL MODEL OF SPATIAL DEFORMATION OF SIN BEAMS

Sergey A. MAKEEV, e-mail: makeev608079@mail.ru

Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), prospect Mira, 5, Omsk 644080, Russian Federation

Natalia G. SILINA, e-mail: n.silina@stako.ru

Melnikov Central Research and Design Institute of Steel Structures, ul. Arkhitekтора Vlasova, 49, Moscow 117393, Russian Federation

Zinovi N. SOKOLOVSKY, e-mail: ninasok@yandex.ru

Omsk State Technical University (OmSTU), prospect Mira, 11, Omsk 644050, Russian Federation

Abstract. The construction of an adequate mathematical model of the spatial bending of corrugated beams (SIN beams) in an elastic formulation, taking into account large displacements, is an urgent task, the solution of which will make it possible to study the overall stability of corrugated beams, including under loads exceeding critical loads. A mathematical model of a straight rod, including corrugated beams (SIN beams), is constructed in the mode of oblique bending with tension-compression and torsion. The developed model is represented by a system of 12 nonlinear differential equations with the possibility of studying the stress-strain state of beams of variable cross-section loaded with various transverse distributed and concentrated loads, with any boundary conditions of fastening. The constructed model is applicable for the estimation of critical loads by the method of imperfections, as well as for the study of the postbuckling behavior of straight rods with loss of overall stability during bending, including beams with corrugated walls. An algorithm for solving the developed system of differential equations is developed, implemented and verified. With the help of the developed mathematical model, a numerical study of the behavior of an experimental corrugated beam (SIN beam) in the mode of transverse bending in the wall plane was carried out with the verification of loads corresponding to the first form of loss of stability of the beam from the wall plane in LIRA-CAD.

Key words: mathematical model, differential equations, corrugated beam (SIN beam), general stability of beam from wall plane, critical load, Euler's method.

Введение

С начала 1960-х гг. составные сварные элементы двутаврового поперечного сечения из листового проката с гофрированной стенкой — гофробалки (рис. 1) — широко используются в качестве ригелей, балок и колонн стальных каркасов производственных, сельскохозяйственных, жилых и общественных зданий.

Эффективность применения балок с гофрированными стенками в строительстве доказана исследованиями отечественных и зарубежных специалистов [1–5]. В многочисленных работах рассмотрена несущая способность гофробалок по критериям прочности, жесткости, местной устойчивости полок или стенок [6–8]. Изучены конструкции стенок балок, колонн волнистой (син-балки), трапециевидной и треугольной форм [9–11].

Известен опыт применения подобных конструкций в судостроении, получивших распространение при проектировании морских транспортных и промысловых судов [12, 13].

Широкое внедрение элементов с гофрированной стенкой в строительстве способствовало разработке первых норм проектирования таких конструкций. В их числе немецкие нормы DIN 18 800 «Стальные конструкции. Выбор параметров и конструирование. Ч. 2», нормы Республики Казахстан РДС РК 5.04-24-2006 «Сортамент сварных двутавровых профилей с гофрированными стенками», стандарт компании «ZEMAN» (Австрия) «Дополнительные требования к проектированию элементов двутаврового сечения с гофрированной стенкой», а также СП 294.1325800.2017 «Конструкции стальные. Правила проектирования» (с изменением № 1). Нормы проектирования и расчета элементов с гофрированной стенкой постоянно совершенствуются и уточняются.

Активное использование гофробалок сдерживает отсутствие апробированных математических моделей, позволяющих проводить масштабные исследования поведения конструкций переменного сечения при произвольном нагружении и граничных условиях, оценивать нагрузки, соответствующие общей потере устойчивости балок из плоскости стенки, а также исследовать поведение балок при приложении закритических нагрузок с учетом больших перемещений.

Цель исследования — разработка, апробация и верификация математической модели гофробалок как стержневых элементов при косом изгибе с растяжением-сжатием и кручением с учетом больших перемещений. Такая модель позволит исследовать напряженно-деформированное состояние (НДС) балки при любом нагружении, оценивать критические нагрузки, соответствующие общей потере устойчивости гофробалок по Эйлеру [14], а также ис-

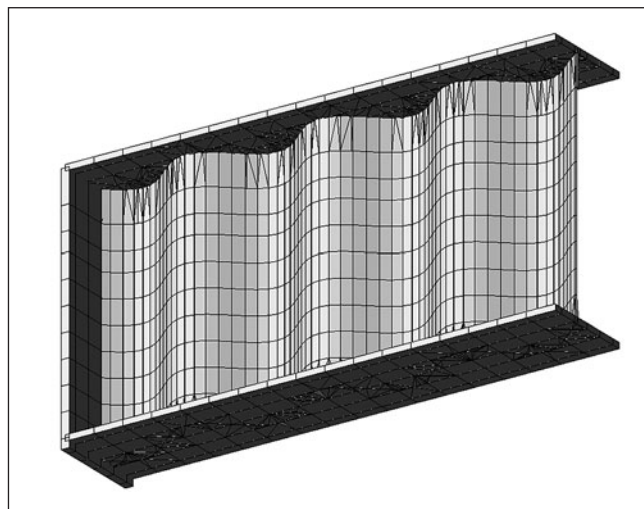


Рис. 1. Геометрическая 3D-модель фрагмента расчетной гофробалки

следовать поведение конструкций при превышении критических нагрузок.

Основная часть

Потеря устойчивости начальной формы равновесия возможна при изгибе балки в плоскости наибольшей жесткости, что сопровождается ее изгибом из плоскости стенки с кручением. Аналитическое решение такой задачи возможно в постановке Эйлера для ограниченного числа частных случаев нагружения или закрепления элемента, и только для однородных стержней в приближенной постановке. При этом вводятся допущения о неизменности геометрии стержня до потери устойчивости и без учета продольных сил.

Численное решение задач устойчивости балок из плоскости стенки методом неидеальностей на базе технической теории стержней возможно при разных случаях нагружения, при переменном сечении балки, при различных граничных условиях закрепления элемента. В частности, оно приводит к известным аналитическим результатам частных случаев при верификации [15]. Рассмотрим задачу именно на базе такого подхода, построив модель косо изгиба балки с растяжением-сжатием и кручением.

В качестве внутренних силовых параметров примем силы N , Q_x , Q_y , моменты M_x , M_y , M_z , действующие в сечении элемента относительно неподвижной системы координат xuz . Внешние силы представим приведенными к оси недеформированного стержня. Обозначим параметры перемещения оси элемента U , V , W и проекции углов поворота точек оси φ_x , φ_y , φ_z на координатные плоскости. Схема сил, моментов, перемещений и углов поворота сечений элемента стержня до и после деформации представлена на рис. 2.

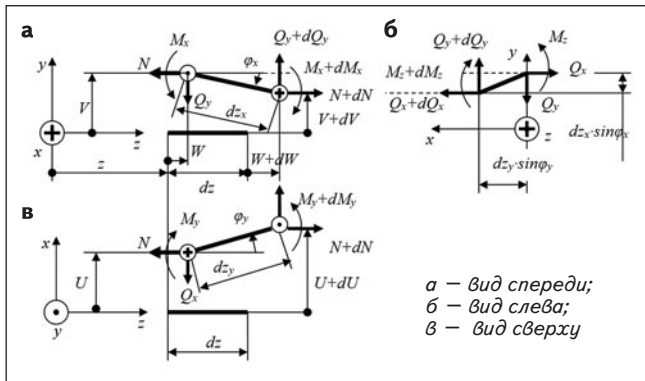


Рис. 2. Схема сил Q , моментов M , перемещений V , U , W и углов поворота φ сечений

Составим уравнения равновесия бесконечно малого элемента стержня dz с применением правой системы координат x, y, z , считая, что внешние нагрузки $q(q_x, q_y, q_z)$, m_z приложены к недеформированной оси стержня по аналогии с методикой, изложенной в [15]:

$$\frac{dN}{dz} = -q_z; \quad \frac{dQ_y}{dz} = -q_y; \quad \frac{dQ_x}{dz} = -q_x; \quad (1)$$

$$\frac{dM_x}{dz_x} = Q_y \cos \varphi_x + N \sin \varphi_x; \quad (2)$$

$$\frac{dM_y}{dz_y} = -Q_x \cos \varphi_y + N \sin \varphi_y; \quad (3)$$

$$\frac{dM_z}{dz} = -m_z - Q_y \sin \varphi_x \frac{dz_y}{dz} - Q_x \sin \varphi_y \frac{dz_x}{dz}. \quad (4)$$

Геометрические соотношения имеют вид:

$$\frac{dV}{dz_x} = -\sin \varphi_x; \quad \frac{dU}{dz_y} = \sin \varphi_y; \quad (5)$$

$$\frac{dW}{dz} = \frac{dz_x}{dz} \cos \varphi_x - 1.$$

Для получения физических уравнений и дополнительных разрешающих геометрических соотношений рассмотрим схему перехода к подвижным осям для возможности расчетов с учетом больших перемещений.

Пусть переход осуществляется последовательными поворотами осей на положительные углы v_z, v_y, v_x . При этом направляющие косинусы подвижных осей будут представлены [16]:

$$l_x = \cos v_z \cos v_y; \quad m_x = \sin v_z; \quad n_x = -\sin v_y; \quad (6)$$

$$l_y = \sin v_x \sin v_y \cos v_z - \cos v_x \sin v_z;$$

$$m_y = -\sin v_x \sin v_y \sin v_z + \cos v_x \cos v_z;$$

$$n_y = \sin v_x \cos v_y;$$

$$l_z = \cos v_x \sin v_y \cos v_z + \sin v_x \sin v_z;$$

$$m_z = \cos v_x \sin v_y \sin v_z - \cos v_y \sin v_x;$$

$$n_z = \cos v_x \cos v_y.$$

Выразим $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ через неизвестные углы поворота:

$$\operatorname{tg} \varphi_x = -\frac{m_z}{n_z}, \quad \text{т. е. } \varphi_x = -\arctg \frac{m_z}{n_z};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_y = -\frac{l_z}{n_z}, \quad \text{т. е. } \varphi_y = -\arctg \frac{l_z}{n_z};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_z = -\frac{l_y}{m_y}, \quad \text{т. е. } \varphi_z = -\arctg \frac{l_y}{m_y}.$$

Длина вектора dz после нагружения (поворота и растяжения) определяется как

$$[\bar{dz}] = \left(1 + \frac{Q_x l_z + Q_y m_z + N n_z}{EA} \right) dz,$$

его проекцию на ось oz выразим $[\bar{dz}] n_z$,

$$\text{на плоскость } yoz - dz_x = \frac{[\bar{dz}] n_z}{\cos \varphi_x}$$

$$\text{и на плоскость } xoz - dz_y = \frac{[\bar{dz}] n_z}{\cos \varphi_y}.$$

После подстановки последних выражений в девять уравнений равновесия и геометрические соотношения (1–5) имеем систему, которая содержит 12 уравнений, определяющих НДС параметров деформируемого элемента, т. е. не хватает еще трех уравнений. Получим их.

При малых (бесконечно малых) относительных перемещениях сечений относительное удлинение волокна $\varepsilon(x, y)$ равно относительному удлинению проекции отрезка оси на координатные плоскости. Следовательно:

$$\varepsilon(x, y) = y \frac{dv_x}{dz_x} - x \frac{dv_y}{dv_z}.$$

С учетом закона Гука после нагружения изгибающие моменты в нормальном сечении будут:

$$M_x l_x + M_y m_x + M_z n_x = \quad (7)$$

$$= E \iint_A y \varepsilon(x, y) dx dy = EJ_x \frac{dv_x}{dz_x};$$

$$M_x l_y + M_y m_y + M_z n_y = \quad (8)$$

$$= -E \iint_A x \varepsilon(x, y) dx dy = EJ_y \frac{dv_y}{dz_y}.$$

После алгебраических преобразований получим:

$$\frac{dv_x}{dz_x} = \frac{M_x l_x + M_y m_x + M_z n_x}{EJ_x}; \quad (9)$$

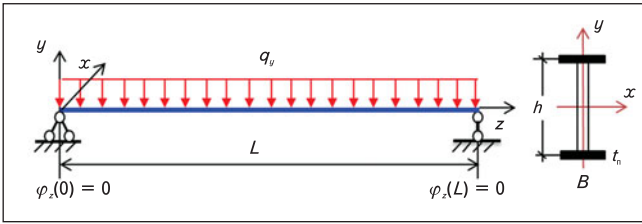


Рис. 3. Расчетная схема гофробалки

$$\frac{dv_y}{dz_y} = \frac{M_x l_y + M_y m_y + M_z n_y}{EJ_y}$$

В соответствии с известными приближенными зависимостями при кручении некруглых стержней [17] запишем:

$$\frac{d\varphi_z}{dz} \approx \frac{M_x l_z + M_y m_z + M_z n_z}{GJ_k} \quad (10)$$

В разработанной математической модели введены следующие обозначения: E , G – модуль упругости стали первого и второго рода; A , J_x , J_y , J_k – площадь и моменты инерции сечения элемента относительно главных осей и при кручении.

Полученная система 12 нелинейных дифференциальных уравнений (1–5, 9, 10) применима для проведения:

- исследования НДС стержней, в том числе гофробалок переменного сечения при пространственном нагружении (деформировании) неравномерно распределенными нагрузками (косой изгиб с растяжением-сжатием и кручением) при любых граничных условиях закрепления элемента;
- оценки критических нагрузок, соответствующих, например, выходу балки из плоскости стенки в смысле Эйлера методом неидеальностей;
- исследования поведения прямых стержней, включая гофробалки после потери плоской формы изгиба при нагрузках, превышающих критические.

Авторами статьи разработан и реализован в табличном процессоре Excel алгоритм интегрирования полученной системы дифференциальных уравнений методом Рунге – Кутты первого порядка (метод Эйлера) при соответствующих граничных условиях [18].

Результаты и обсуждение

В качестве примера решения была выбрана разрезная гофробалка пролетом $L = 6$ м с сечением полок $B \times t_n = 100 \times 6$ мм, высотой h и толщиной стенки $t_w = 255 \times 2$ мм. Стенка балки синусоидальной формы с шагом синусоиды 140 мм, амплитудой 20 мм. Балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой q_y в плоскости стенки (см. рис. 1, 3).

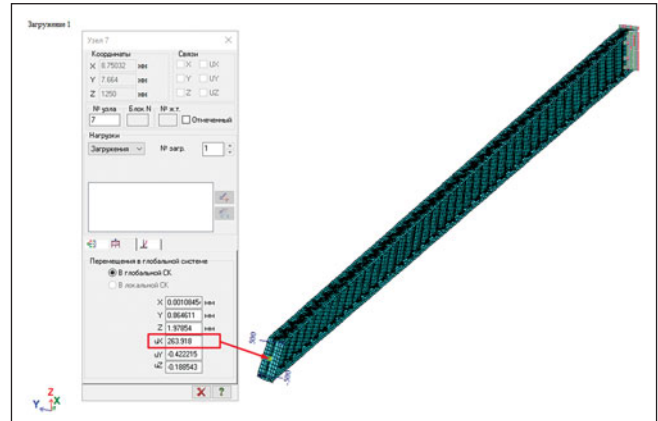


Рис. 4. Расчетная гофробалка в режиме кручения

Для решения задачи выхода гофробалки из плоскости требуется определить значение момента инерции поперечного сечения на кручение J_k . В настоящее время методика аналитического расчета J_k гофробалок с учетом параметров волны гофрированной стенки предложена А. Н. Степаненко [9]. Экспериментальных данных, подтверждающих адекватность аналитического расчета параметра J_k , авторами статьи, на момент ее написания, не выявлено.

Значение J_k расчетной гофробалки предложено найти конечно-элементным расчетом в программном комплексе ЛИРА-САПР. Для этого выполнена пластинчатая модель расчетной гофробалки с ее закреплением по консольной схеме и приложением крутящего момента $M_z = 500 \times 255 = 127\,500$ Н·мм.

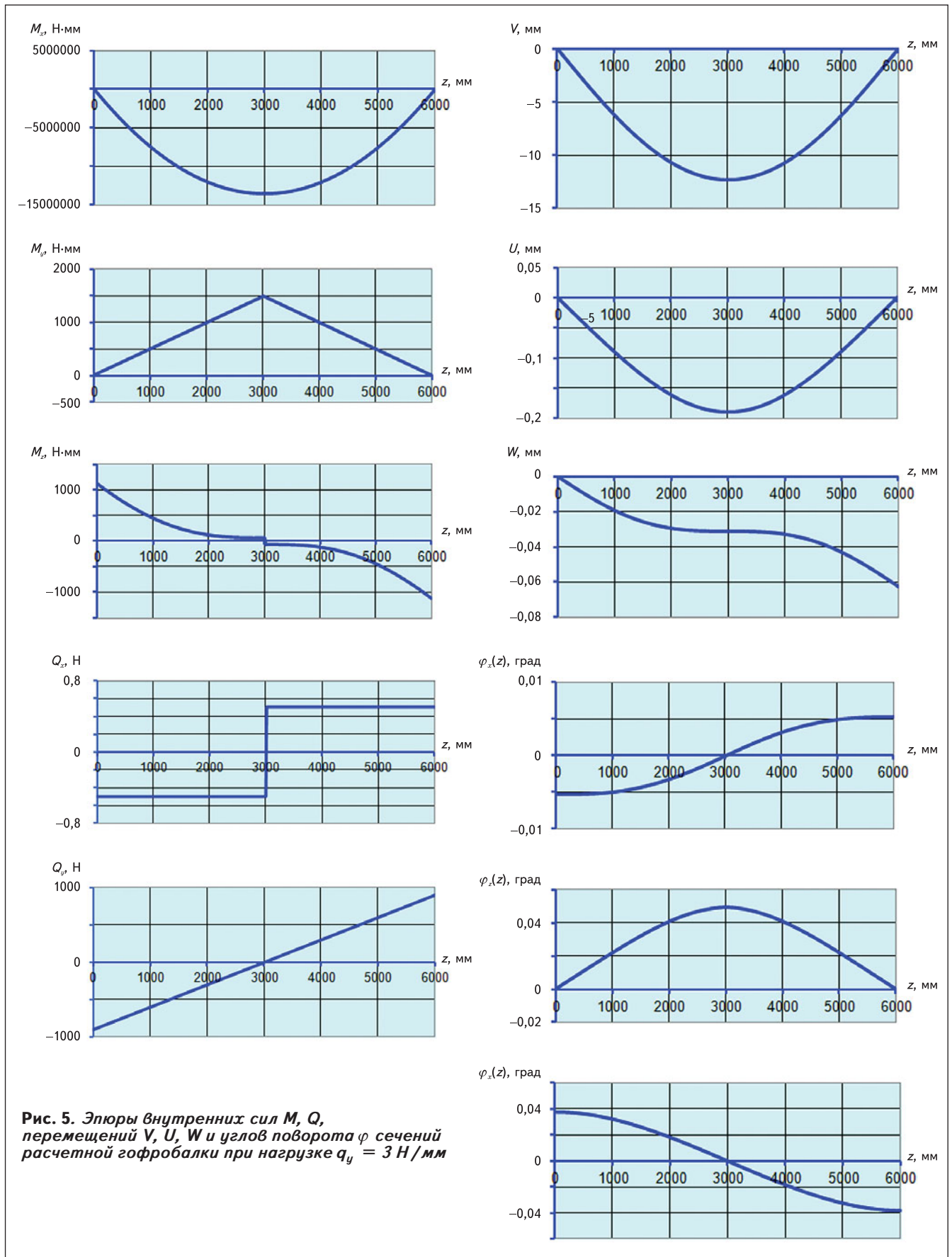
При этом определен угол закручивания в сечении приложения крутящего момента $\varphi_z = 0,264$ рад. В ЛИРА-САПР применена другая система координат, а именно: это момент M_x , угол поворота сечения φ_x (рис. 4).

Исходя из значения полученного угла поворота сечения при кручении гофробалки определен момент инерции поперечного сечения J_k на кручение по известной зависимости [14]:

$$J_k = \frac{M_z L}{G \varphi_z} = \frac{500 \cdot 255 \cdot 6000}{81\,000 \cdot 0,264} = 35\,774 \text{ мм}^4.$$

В предложенном авторами статьи алгоритме разработанная система 12 нелинейных дифференциальных уравнений интегрируется методом Рунге – Кутты первого порядка (метод Эйлера) в табличном процессоре MS Excel по аналогии с работой [15]. Граничные условия приняты в соответствии с расчетной схемой (см. рис. 3).

Пример результатов решения расчетной гофробалки методом неидеальностей при возмущении в середине пролета поперечной силой $P_x(L/2) = -1$ Н, приложенной к верхнему поясу балки, с добавлени-



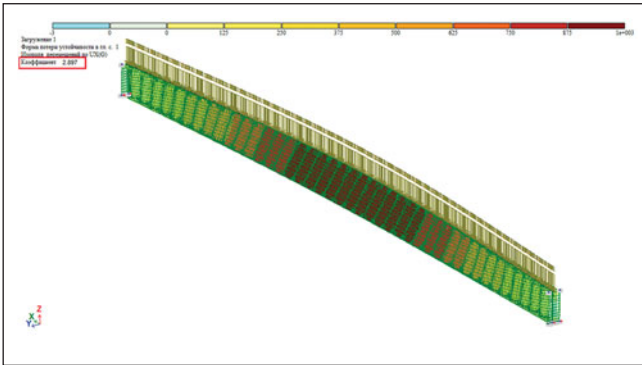


Рис. 6. Деформированная схема гофробалки при первой форме потери общей устойчивости (выход из плоскости стенки, критическая нагрузка по Эйлеру $q_y = 2,897 \text{ Н/мм}$)

ем крутящего момента $M_z(L/2) = 1H \times h/2 = 127,5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ при внешней нагрузке $q_y = 3 \text{ Н/мм}$ приведен на рис. 5. Показаны эпюры распределения по длине расчетной балки внутренних сил M , Q , перемещений V , U , W и углов поворота φ сечений.

Для численной верификации разработанной модели пространственного деформирования гофробалок в ЛИРА-САПР была определена критическая нагрузка q_y , соответствующая первой форме потери устойчивости пластинчатой модели из КЭ44 расчетной гофробалки при ее выходе из плоскости стенки $q_y = 2,897 \text{ Н/мм}$ (рис. 6).

В качестве примера на рис. 7 приведены результаты расчета разработанной модели пространственного изгиба гофробалки по предложенному алгоритму: показано изменение значений угла поворота сечения расчетной гофробалки относительно своей продольной оси z в середине пролета $\varphi_z(L/2)$ при увеличении внешней нагрузки q_y от 2,2 до 3,25 Н/мм, т. е. при переходе через критическую нагрузку по ЛИРА-САПР $q_y = 2,897 \text{ Н/мм}$.

Линейный рост угла поворота сечения $\varphi_z(L/2)$ (см. рис. 7) прослеживается до значения нагрузки $q_y = 2,8 \text{ Н/мм}$, после чего пропорциональное увеличение нагрузки приводит к нелинейному росту угла поворота сечения $\varphi_z(L/2)$. Нелинейный рост параметров деформирования системы свидетельствует о наступлении потери общей устойчивости балки из плоскости стенки.

Проведенные расчеты показали, что разработанная математическая модель дает значение критической нагрузки первой формы потери устойчивости гофробалки из плоскости стенки $q_y = 2,8 \text{ Н/мм}$. Это на 3,5 % ($2,897/2,8 = 1,035$) отличается от критической нагрузки, определенной численно в ЛИРА-САПР для пластинчатой модели.

Вывод

Построена математическая модель гофробалки

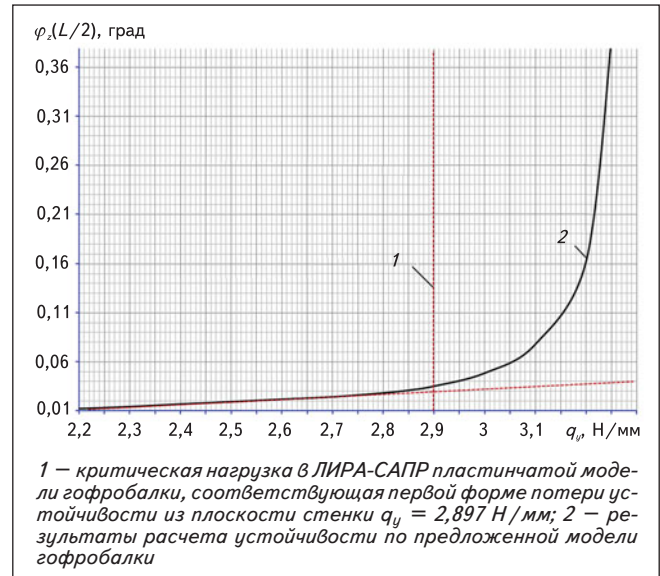


Рис. 7. Угол поворота сечения расчетной гофробалки $\varphi_z(L/2)$ в функции внешней равномерно распределенной нагрузки q_y

в режиме косоугольного изгиба с растяжением-сжатием и кручением. Разработанная модель представлена системой 12 нелинейных дифференциальных уравнений, с помощью которых можно:

- исследовать напряженно-деформированное состояние стержней, в том числе гофробалок, переменного сечения при пространственном нагружении (деформировании) неравномерно распределенными нагрузками (косоугольный изгиб с растяжением-сжатием и кручением) при любых граничных условиях закрепления элемента;
- оценивать критические нагрузки, соответствующие, например, общей потере устойчивости гофробалки (выход балки из плоскости стенки) в смысле Эйлера методом неидеальностей;
- изучать поведение прямых стержней, включая гофробалки после потери плоской формы изгиба при нагрузках, превышающих критические.

Алгоритм решения предложенной системы дифференциальных уравнений разработан, реализован в MS Excel и верифицирован в программном комплексе ЛИРА-САПР.

С помощью разработанной математической модели проведено исследование поведения экспериментальной гофробалки в режиме поперечного изгиба с верификацией нахождения критической равномерно распределенной нагрузки, соответствующей первой форме общей устойчивости балки (выход из плоскости стенки) в программном комплексе ЛИРА-САПР. Расхождение значений критической нагрузки составило 3,5 %, что свидетельствует об адекватности разработанной авторами модели пространственного изгиба гофробалок.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку методики уточненного расчета момента инерции гофробалок на кручение J_k , а также на экспериментальное исследование общей устойчи-

вости гофробалок и натурное подтверждение адекватности разработанной математической модели пространственного деформирования.

ЛИТЕРАТУРА

- Максимов Ю. С., Остриков Г. М. Стальные балки с тонкой гофрированной стенкой – эффективный вид несущих конструкций производственных зданий // Промышленное строительство. 1984. № 4. С. 10–11.
- Дмитриева Т. Л., Уламбаяр Х. Использование балок с гофростенкой в современном проектировании // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2015. № 4(15). С. 132–139.
- Брянцев А. А., Абсиметов В. Э., Лалин В. В. Эффективность применения двутавров с гофрированными стенками в производственных зданиях // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2017. № 3(54). С. 93–104.
- Тишков Н. Л., Степаненко А. Н., Шипелев И. Л., Устименко М. Б. Совершенствование конструкции стальной двутавровой балки с тонкой поперечно-гофрированной стенкой // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 2. С. 104–111.
- Pasternak H., Kubieniec G. Plate girders with corrugated webs [Пластинчатые балки с гофрированной стенкой] // Journal of Civil Engineering and Management. 2010. No. 16(2). Pp. 166–171.
- Максимов Ю. С., Остриков Г. М., Долинский В. В. Устойчивость гофрированных стенок двутавровых балок // Строительная механика и расчет сооружений. 1985. № 6. С. 43–45.
- Остриков Г. М., Максимов Ю. С., Долинский В. В. Исследование несущей способности стальных двутавровых балок с вертикально-гофрированной стенкой // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. № 1. С. 68–70.
- Pasternak H., Robra J., Kubieniec G. Plate girders with corrugated webs [Пластинчатые балки с гофрированной стенкой] // Stability and Ductility of Structures. Baltic Session of the International Colloquium. Vilnius (Litauen), 2009. Pp. 1–5.
- Степаненко А. Н. Стальные двутавровые стержни с волнистой стенкой. Хабаровск : Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 1999. 115 с.
- Denan F., Osman M. H., Saad S. The study of lateral torsional buckling behavior of beam with trapezoid web steel section by experimentally and finite element analysis [Исследование устойчивости при поперечно-крутильном изгибе балки с трапециевидной стенкой из стального профиля с помощью эксперимента и конечно-элементного анализа] // International Journal of Applied Engineering Research. 2010. Sci. 2(3). Pp. 232–240.
- Denan F., Shoong K. K., Hashim N. S., Ken C. W. Nonlinear analysis of triangular web profile steel section under bending behavior [Нелинейный расчет стальной балки с треугольно-гофрированной стенкой при изгибе] // Lecture Notes in Civil Engineering. 2019. No. 9. Pp. 463–472.
- Васильев А. Л., Глозман М. К., Павлинова Е. А., Филиппео М. В. Прочные судовые гофрированные переборки. Л. : Судостроение, 1964. 316 с.
- Палкович П. Ф. Труды по строительной механике корабля: В 4 т. Л. : Судпромгиз, 1962–1963. Т. 4. 551 с.
- Безухов Н. И. Теория упругости и пластичности. М. : ГИТТЛ, 1953 г. 420 с.
- Соколовский З. Н., Макеев С. А., Степанова Е. П. Численное решение задачи плоского изгиба и растяжения (сжатия) прямых стержней без ограничений величины перемещений // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. 2006. № 4(33). С. 120–123.
- Рабинович И. М. Основы строительной механики стержневых систем. М. : Стройиздат, 1960. 516 с.
- Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости / пер. с англ. М. : Наука, 1975. 576 с.
- Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001. 630 с.
- Maksimov Yu. S., Ostrikov G. M. Steel beams with a thin corrugated wall – an effective type of load-bearing structures of industrial buildings. *Promyshlennoe stroitel'stvo*, 1984, no. 4, pp. 10–11. (In Russian).
- Dmitrieva T. L., Ulambayar Kh. Use of corrugated beams in modern design. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimosť*, 2015, no. 4(15), pp. 132–139. (In Russian).
- Bryantsev A. A., Absimetov V. E., Lalin V. V. Efficiency of using I-beams with corrugated walls in industrial buildings. *Stroitel'stvo unikal'nykh zdaniy i sooruzheniy*, 2017, no. 3(54), pp. 93–104. (In Russian).
- Tishkov N. L., Stepanenko A. N., Shipelev I. L., Ustimenko M. B. Improving the design of a steel I-beam with a thin cross-corrugated wall. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*, 2020, vol. 22, no. 2, pp. 104–111. (In Russian).
- Pasternak H., Kubieniec G. Plate girders with corrugated webs. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2010, no. 16(2), pp. 166–171.
- Maksimov Yu. S., Ostrikov G. M., Dolinskiy V. V. Stability of corrugated walls of I-beams. *Stroitel'naya*

- mekhanika i raschet sooruzheniy*, 1985, no. 6, pp. 43–45. (In Russian).
7. Ostrikov G. M., Maksimov Yu. S., Dolinskiy V. V. Investigation of the bearing capacity of steel I-beams with a vertically corrugated wall. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 1983, no. 1, pp. 68–70. (In Russian).
 8. Pasternak H., Robra J., Kubieniec G. Plate girders with corrugated webs. *Stability and Ductility of Structures. Baltic Session of the International Colloquium*. Vilnius (Litauen), 2009, pp. 1–5.
 9. Stepanenko A. N. *Stal'nye dvutavrovye sterzhni s volnistoy stenкой* [Steel I-beam rods with a wavy wall]. Khabarovsk, Khabarovskiy gos. tekhn. un-t Publ., 1999. 115 p. (In Russian).
 10. Denan F., Osman M. H., Saad S. The study of lateral torsional buckling behavior of beam with trapezoid web steel section by experimentally and finite element analysis. *International Journal of Recent Research and Applied Studies*, 2010, sci 2(2), pp. 232–240.
 11. Denan F., Shoong K. K., Hashim N. S., Ken C. W. Nonlinear analysis of triangular web profile steel section under bending behavior. *Lecture Notes in Civil Engineering*, 2019, no. 9, pp. 463–472.
 12. Vasilev A. L., Glozman M. K., Pavlinova E. A., Filippo M. V. *Prochnye sudovye gofirovannye pereborki* [Robust shipboard corrugated bulkheads]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1964. 316 p. (In Russian).
 13. Papkovich P. F. *Trudy po stroitel'noy mekhanike korablya* [Works on ship construction mechanics]. v 4 t. Leningrad, Sudpromgiz Publ., 1962–1963, vol. 4, 551 p. (In Russian).
 14. Bezukhov N. I. *Teoriya uprugosti i plastichnosti* [Theory of elasticity and plasticity]. Moscow, GITTL Publ., 1953. 420 p. (In Russian).
 15. Sokolovsky Z. N., Makeev S. A., Stepanova E. P. Numerical solution of the problem of flat bending and stretching (compression) of straight rods without restrictions on the size of displacement. *Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Pribory, mashiny i tekhnologii*, 2006, no. 4(33), pp. 120–123. (In Russian).
 16. Rabinovich I. M. *Osnovy stroitel'noy mekhaniki sterzhnevykh sistem* [Fundamentals of structural mechanics of rod systems]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1960. 516 p. (In Russian).
 17. Timoshenko S. P., Gudier Dzh. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 576 p. (In Russian).
 18. Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobel'kov G. M. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Laboratoriya Bazovykh Znaniy Publ., 2001. 630 p. (In Russian).

Для цитирования: *Makeev S. A., Silina N. G., Sokolovskiy Z. N.* Разработка и апробация математической модели пространственного деформирования гофробалок // Промышленное и гражданское строительство. 2021. № 4. С. 18–25. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.04.18-25.

For citation: *Makeev S. A., Silina N. G., Sokolovsky Z. N.* Development and Approbation of a Mathematical Model of Spatial Deformation of SIN Beams. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering], 2021, no. 4, pp. 18–25. (In Russian). DOI: 10.33622/0869-7019.2021.04.18-25. ■

ЖУРНАЛ «**ПРОМЫШЛЕННОЕ И ГРАЖДАНСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО**»

ВХОДИТ В ПЕРЕЧЕНЬ ВАК, В БАЗЫ ДАННЫХ ELIBRARY.RU,
RSCI НА ПЛАТФОРМЕ WEB OF SCIENCE И ДР.

ПОДПИСКА НА НАШ ЖУРНАЛ, ВХОДЯЩИЙ В ЧИСЛО ВЕДУЩИХ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДАНИЙ ПО СТРОИТЕЛЬНОЙ ТЕМАТИКЕ, –
ЭТО ВАШ ВКЛАД В РАЗВИТИЕ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ.

ПОЛНЫЕ ТЕКСТЫ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ В ЖУРНАЛЕ
«**ПРОМЫШЛЕННОЕ И ГРАЖДАНСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО**» в 2010–2020 гг.,
ПРЕДСТАВЛЕНЫ НА САЙТЕ ЖУРНАЛА В РАЗДЕЛЕ «АРХИВ».

АВТОРАМ, ЖЕЛАЮЩИМ ОПУБЛИКОВАТЬ СТАТЬИ В НАШЕМ ЖУРНАЛЕ,
НЕОБХОДИМО ОЗНАКОМИТЬСЯ С ТРЕБОВАНИЯМИ,
ПРИВЕДЕННЫМИ НА САЙТЕ ЖУРНАЛА В РАЗДЕЛЕ «АВТОРАМ».

САЙТ ЖУРНАЛА **PGS1923.RU**