УДК 624.072.2.014.2-415:624.014 DOI: 10.33622/0869-7019.2021.03.57-68

# Обратный численно-аналитический метод расчета легких стальных тонкостенных стержневых элементов

**Григорий Иванович БЕЛЫЙ**, доктор технических наук, профессор, e-mail: office@erkon.ru

**Максим Олегович СМИРНОВ**, аспирант, e-mail: smirnov.maxim.sk@gmail.com

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» (СПбГАСУ), 190005 Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 4

***Аннотация***. *Для совершенствования и развития практических методов расчета стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций предложен обратный численно-аналитический метод, позволяющий сократить время расчета на несколько порядков по сравнению с существующими методами. По заданному предельному напряженному состоянию в нередуцированном сечении при совместном действии продольной силы и изгибающих моментов в двух плоскостях определяется редукция, позволяющая численно, с помощью алгоритма «сечение», установить фактически воспринимаемые этим сечением усилия — обратное решение задач прочности. В задачах пространственной устойчивости полученные таким образом усилия принимаются в наиболее нагруженном сечении за деформационные. При этом влияние редукции компенсируется догружением фиктивными усилиями. Затем, задаваясь гибкостью стержня, обратным аналитическим решением деформационной задачи вычисляют соответствующие условия загружения: концевые двухосные эксцентриситеты фактически действующей силы. Таким же образом решаются более простые задачи устойчивости по изгибной и изгибно-крутильной формам. С целью практического применения решения построены в безразмерных параметрах с использованием коэффициентов продольной силы, относительных эксцентриситетов и приведенных гибкостей. Сопоставления многочисленных результатов расчета по предложенному методу и методу конечных элементов по программе ANSYS показало их достаточно хорошую согласованность, а сопоставление с еврокодом выявило, что последний существенно занижает пространственную устойчивость. В примерах расчета иллюстрируется также влияние фактической редукции сечения на несущую способность, которая может быть учтена коэффициентом потери местной устойчивости и формы сечения, что позволяет сохранить традиционные проверки прочности и общей устойчивости.*

***Ключевые слова***: *стальные тонкостенные стержни, прочность при общем случае загружения, пространственная устойчивость, потеря местной устойчивости и формы сечения, редукция сечения.*

## INVERSE NUMERICAL-ANALYTICAL METHOD FOR CALCULATION OF LIGHT STEEL THIN-WALLED ROD ELEMENTS

**Grigory I. BELYY**, e-mail: office@erkon.ru

**Maksim O. SMIRNOV**, e-mail: smirnov.maxim.sk@gmail.com

Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, 2-ay Krasnoarmeyskaya ul., 4, Saint Petersburg 190005, Russian Federation

***Abstract***. *To improve and develop practical methods for calculating rod elements of light steel thin-walled structures, an inverse numerical-analytical method is proposed, which makes it possible to reduce the calculation time by several orders of magnitude in comparison with existing methods. For a given limiting stress state in an unreduced section under the combined action of a longitudinal force and bending moments in two planes, a reduction is determined that makes it possible numerically, using the "section" algorithm, to establish the forces actually perceived by this section — the inverse solution of strength problems. In problems of spatial stability, the forces obtained in this way are taken in the most loaded section as deformation ones. In this case, additional loading with fictitious efforts compensates for the effect of reduction. Then, given the flexibility of the bar, the corresponding loading conditions are determined by the inverse analytical solution of the deformation problem: end biaxial eccentricities of the actually acting force. In the same way, simpler problems of stability in bending and bending-torsional forms are solved. For the purpose of practical application, the solutions are constructed in dimensionless parameters using the longitudinal force coefficients, relative eccentricities and reduced flexibilities. Comparison of numerous calculation results according to the method proposed and the finite element method using the ANSYS program showed their good agreement, and comparison with Eurocode revealed that the latter significantly underestimate the spatial stability. The design examples also illustrate the effect of the actual section reduction on the bearing capacity, which can be accounted for by the buckling factor and the section shape, thus preserving the traditional strength and overall stability checks.*

***Key words***: *steel thin-walled rods, strength under general case of loading, spatial stability, loss of local stability and section shape, section reduction.*

© БЕЛЫЙ Г. И., СМИРНОВ М. О., 2021

### Введение

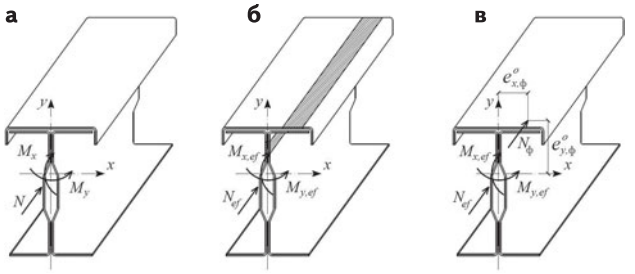
Расчет стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) на прочность и общую устойчивость, как известно, следует выполнять с учетом потери местной устойчивости и формы сечения, которые могут проявляться на ранних стадиях загружения. Пластинки, составляющие тонкостенный холодногнутый стержень, работают в закритической стадии, потому часть их сечений выключается из работы. Большой объем выполненных экспериментальных и теоретических исследований [1–6] позволил обосновать метод расчета «эффективной ширины» пластинок в зависимости от их гибкости и схемы загружения, что было принято в зарубежных нормативных документах [7–9].

В настоящее время практические методы расчета с учетом потери местной устойчивости отдельных пластинок и потери формы сечения за счет уменьшения их толщины позволяют определять оставшееся в работе стержня ослабленное (редуцированное) сечение. Зарубежные нормы [7–9] и СП 260.1325800.2016 «Конструкции стальные тонкостенные из холодногнутых оцинкованных профилей и гофрированных листов. Правила проектирования» (с изменением № 1) при проектировании ЛСТК рекомендуют определять редукцию раздельно от действия каждого силового фактора: продольной силы $N$ и изгибающих моментов $M_x$, $M_y$, действующих в двух главных плоскостях. Проверка прочности и общей устойчивости при их совместном действии выполняется с использованием трех типов редуцированных сечений, что противоречит основным положениям механики и может приводить к недостоверным результатам.

В задачах общей устойчивости разделение редукции сечения по силовым факторам привело к использованию принципа наложения, что также недопустимо. Понимая это, разработчики норм [7–9] в качестве компенсации допущенного нарушения вводят коэффициенты совместного действия параметров загружения, которые, по нашему мнению, подлежат проверке.

Способ определения фактической редукции сечения при совместном действии и взаимном влиянии силовых факторов предложен в работах [10, 11]. Он основан на использовании нередуцированного сечения с догружением фиктивными усилиями, компенсирующими ослабления, которые вычисляют итерационным путем по мере возрастания нагрузки. В работе [12] предложено редукцию сечения находить в предельном состоянии, что позволяет несколько ускорить итерационные процессы.

Широко используемые в настоящее время методы исследования работы стержневых элементов конструкций с учетом физической нелинейности




*а – нередуцированное сечение; б – редуцированное сечение (заштрихованная область соответствует ослаблению); в – нередуцированное сечение с компенсирующим догружением фиктивной силой $N_ф$*

**Рис. 1.** ***Схемы загружения стержня в сечениях***

или редукции сечения достаточно трудоемкие в силу необходимости использования многочисленных итерационных процессов. Их можно характеризовать как прямые методы: по заданным соотношениям нагрузок (усилий) определяются их предельные значения.

Для сокращения объема расчетных операций в настоящей статье предлагается обратный ход исследования несущей способности стержневых элементов ЛСТК: по заданному предельному состоянию стержня в наиболее нагруженном нередуцированном сечении по критерию фибровой текучести $\overline{\sigma}_{\max} = \sigma_{\max}/R_y = 1$ устанавливать фактическую редукцию сечения и реальное его состояние – предельные нагрузки (усилия) и их соотношения, а также характеристики редуцированного сечения, необходимые для обратного решения задач устойчивости.

### Обратное решение задач прочности

Рассмотрим составленный из тонкостенных холодногнутых профилей стержневой элемент *(рис. 1а)*, в нередуцированном моносимметричном сечении которого действуют продольная сила $N$ и изгибающие моменты $M_x$, $M_y$. За общий параметр загружения примем коэффициент продольной силы $\varphi = N/R_y A$, тогда моменты $M_x$, $M_y$ соответственно можно выразить через относительные эксцентриситеты:

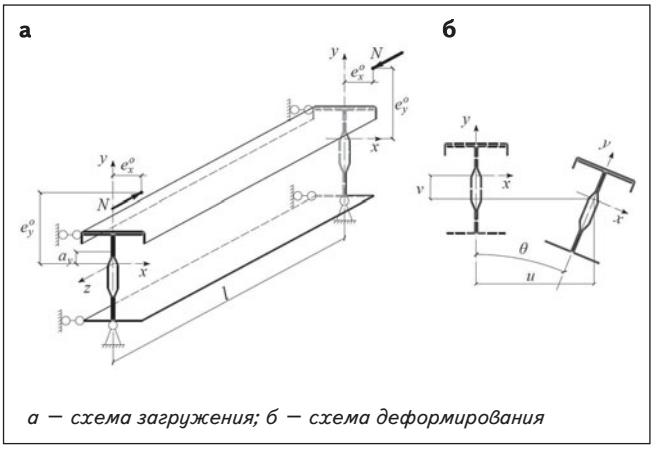
$$m_x = e_y/\rho_x; \quad m_y = e_x/\rho_y, \qquad (1)$$

где $e_y = M_x/N$; $e_x = M_y/N$; $\rho_x = W_{xc}/A$; $\rho_y = W_{yc}/A$; $W_{xc}$, $W_{yc}$ – моменты сопротивления наиболее нагруженного волокна с координатами $x^*$, $y^*$.

Учитывая изложенное, предельное напряженное состояние в нередуцированном сечении при $\overline{\sigma}_{\max} = \sigma_{\max}/R_y = 1$ примет вид:

$$\overline{\sigma}(\overline{x}, \overline{y}) = (1 + m_x + m_y)^{-1}(1 + m_x\overline{y} + m_y\overline{x}), \qquad (2)$$

где $\overline{x} = x/x^*$; $\overline{y} = y/y^*$.




*а – схема загружения; б – схема деформирования*

**Рис. 2.** *Расчетная схема стержневого элемента*

Используя выражение (2), с помощью EN [9] определим редукцию сечения, характеризующую потери местной устойчивости и формы сечения *(рис. 1б).* Затем, обращаясь к алгоритму «сечение» [13, 14], вычислим фактический коэффициент продольной силы $\varphi_{ef}$ и его относительные эксцентриситеты:

$$\varphi_{ef} = (1 + m_x + m_y)^{-1} C_1; \quad m_{x,ef} = C_2 / C_1; \quad m_{y,ef} = C_3 / C_1, \tag{3}$$

где

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \overline{A}_{ef} - m_x \frac{\rho_x}{y_*} \bar{y}_c - m_y \frac{\rho_y}{x_*} \bar{x}_c; \\ C_2 &= -\bar{y}_c + m_x \frac{\rho_x}{y_*} \bar{i}^2_{x,ef} - m_y \frac{\rho_y}{x_*} \bar{i}^2_{xy,ef}; \\ C_3 &= -\bar{x}_c - m_x \frac{\rho_x}{y_*} \bar{i}^2_{xy,ef} + m_y \frac{\rho_y}{x_*} \bar{i}^2_{y,ef}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

В уравнениях (4) обозначено: $\overline{A}_{ef} = 1 - \overline{A}_o$;

$$\overline{A}_o = \sum_{k=1}^{n_o} \Delta\overline{A}_{ko}; \; \bar{y}_c = \sum_{k=1}^{n_o} \tilde{y}_{ko} \Delta\overline{A}_{ko}; \; \bar{x}_c = \sum_{k=1}^{n_o} \tilde{x}_{ko} \Delta\overline{A}_{ko};$$

$$\bar{i}^2_{x,ef} = I_x / (\rho_x^2 A) - \bar{i}^2_{x,oc}; \; \bar{i}^2_{y,ef} = I_y / (\rho_y^2 A) - \bar{i}^2_{y,oc};$$

$$\bar{i}^2_{x,oc} = \sum_{k=1}^{n_o} \tilde{y}^2_{ko} \Delta\overline{A}_{ko}; \; \bar{i}^2_{xy,ef} = \sum_{k=1}^{n_o} \tilde{x}_{ko} \tilde{y}_{ko} \Delta\overline{A}_{ko};$$

$$\bar{i}^2_{y,oc} = \sum_{k=1}^{n_o} \tilde{x}^2_{ko} \Delta\overline{A}_{ko}; \; \tilde{x}_{ko} = \frac{x_{ko}}{\rho_y}; \; \tilde{y}_{ko} = \frac{y_{ko}}{\rho_x};$$

$n_o$ – число площадок ослабления; $\Delta\overline{A}_{ko} = \Delta A_{ko} / A$; $\Delta A_{ko}$ – площадка ослабления с координатами $x_{ko}$, $y_{ko}$.

Получив фактически воспринимаемые сечением усилия (3), практический метод расчета на прочность с учетом фактической редукции сечения можно свести к традиционному выражению:

$$\frac{1}{\gamma_c R_y \varphi_{loc}} \left( \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y^* + \frac{M_y}{I_y} x^* \right) \leqslant 1, \tag{5}$$

$$\varphi_{loc} = \varphi_{ef} (1 + m_{x,ef} + m_{y,ef}) < 1, \tag{6}$$

где $\varphi_{loc}$ – коэффициент потери местной устойчивости и формы сечения, который определяется при совместном действии $N$, $M_x$, $M_y$ с относительными эксцентриситетами $m_{x,ef}$, $m_{y,ef}$ и $\varphi_{ef}$ по формулам (3).

Таким образом, задаваясь загружением стержня в нередуцированном сечении силовыми факторами $m_x$, $m_y$ и соответствующим предельному состоянию ($\bar{\sigma}_{max} = 1$) $\varphi = (1 + m_x + m_y)^{-1}$, получим фактически редуцированное сечение и воспринимаемые им усилия $m_{x,ef}$, $m_{y,ef}$ и $\varphi_{ef}$.

Данный подход позволяет сократить время расчета на несколько порядков по сравнению с существующими методами, что может обеспечить разработку практических рекомендаций на прочность с учетом фактической редукции сечения.

### Аналитическое решение задач устойчивости стержней с нередуцированным сечением

Рассмотрим выделенный из конструкции с помощью расчетной длины $l_{ef,x}$ или $l_{ef,y}$ стержневой элемент моносимметричного сечения. На *рис. 2а* $l_{ef,x}$ и $l_{ef,y}$ показаны в совмещенном виде общей длиной $l$. Загружение стержня согласно СП 16.13330.2017 «СНиП II-23-81* Стальные конструкции» выполняется продольной силой с равными концевыми двухосными эксцентриситетами $e_x^o$ и $e_y^o$ *(см. рис. 2а).* Закрепление стержня принято также по нормативной модели СП 16.13330: шарнирное в двух главных плоскостях при отсутствии угла закручивания концевых сечений, которые могут свободно депланироваться.

Исследование пространственных деформаций и устойчивости будем проводить с помощью технической теории тонкостенных стержней В. З. Власова [15] и деформационной теории расчета упругих стержней Л. Н. Воробьева [16], Б. М. Броуде [17], Г. В. Воронцова [18], которую обобщил Е. А. Бейлин [19]. Система деформационных уравнений равновесия тонкостенных стержней открытого профиля [19] при пренебрежительно малом разгружающем влиянии изгибно-крутильных перемещений $u$ и $\theta$ на усилия в плоскости большей жесткости ($I_x > I_y$) *(рис. 2б)* для принятой модели стержня примет вид:

$$EI_x v'' + Nv = -Ne^o_{y,y}; \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} &EI_y u'' + N[u + \theta(e^o_{y,u} - a_y)] = -Ne^o_x; \\ &EI_\omega \theta^{IV} - GI_k \theta'' + N(e^o_{y,u} - a_y) u'' + \\ &\quad + N(i_A^2 + 2\beta_y e^o_{y,u}) \theta'' = 0, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где $I_x$, $I_y$, $I_\omega$ – осевые и секториальный моменты инерции сечения; $I_k$ – момент инерции чистого кручения; $i_A^2 = i_p^2 + a_y^2$; $i_p$ – полярный радиус инерции; $a_y$ – центр изгиба; $\beta_y = (2I_y)^{-1} \int_A (x^2 + y^2) y dA - a_y$.

Уравнение (7) соответствует изгибной форме потери устойчивости, а система (8) – изгибно-крутильной. Согласно СП 16.13330 в первом случае принимают $e^o_{y,v}$ по максимальному моменту, а во втором – $e^o_{y,u}$ по наибольшему моменту в средней трети длины стержня.

Аналитические решения уравнения (7) и системы (8) [20] представлены в работе [14]. В соответствии с ними деформационные усилия в наиболее нагруженном среднем сечении вычисляют:

• *при изгибе относительно оси x* – решение уравнения (7):

$$M_x = Ne^0_{y,v}\left[1+\frac{\varphi_{ex}\bar{\lambda}^2_x}{8}\left(1-\frac{\varphi_{ex}\bar{\lambda}^2_x}{\pi^2}\right)^{-1}\right]; \quad (9)$$

• *при изгибе относительно оси y в сочетании с кручением* – решение системы уравнений (8):

$$M_y = Ne^0_x\left\{1+\frac{\pi^2}{8}\left(1-\frac{a_y}{e^o_{y,u}}\right)^{-1}\times\left[\left(1-\frac{a_y}{e^o_{y,u}}\frac{\varphi\bar{\lambda}^2_y}{\pi^2}\right)\eta-1\right]\right\}; \quad (10)$$

где $\eta=\left[\left(1-\frac{\varphi}{\varphi_{cr1}}\right)\left(1-\frac{\varphi}{\varphi_{cr2}}\right)\right]^{-1}$; $\varphi=\frac{N}{R_yA}$; $\bar{\lambda}_x=\frac{l_{ef,x}}{i_x}\sqrt{\frac{R_y}{E}}$;

$\bar{\lambda}_y=\frac{l_{ef,y}}{i_y}\sqrt{\frac{R_y}{E}}$ – условные гибкости стержня; $\varphi_{cr1}=\frac{N_{cr1}}{R_yA}$;

$\varphi_{cr2}=\frac{N_{cr2}}{R_yA}$ – коэффициенты критических сил $N_{cr1}$ и $N_{cr2}$, которые определяют следующим образом:

$$\varphi_{cr1,2}=\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2}{4a^2}-\frac{1}{a}}, \quad (11)$$

где $b=\frac{\bar{\lambda}^2_y}{\pi^2}\left[1+\frac{I_y(e^o_{y,u})^2}{I_\omega}\left(\frac{i^2_A}{(e^o_{y,u})^2}+\frac{2\beta_y}{e^o_{y,u}}\right)\left(1+\frac{(kl)^2}{\pi^2}\right)^{-1}\right]$;

$a=\frac{\bar{\lambda}^4_y}{\pi^4}\frac{I_y(e^o_{y,u})^2}{I_\omega}\left[\left(\frac{i^2_A}{(e^o_{y,u})^2}+\frac{2\beta_y}{e^o_{y,u}}\right)-\left(1-\frac{a_y}{e^o_{y,u}}\right)^2\right]\left(1+\frac{(kl)^2}{\pi^2}\right)^{-1}$;

$k=\sqrt{GI_k(EI_\omega)^{-1}}$ – изгибно-крутильная характеристика.

При относительно малых значениях эксцентриситетов $e^o_{y,u}$, определяемых из выражения $(e^o_{y,u}-a_y)^2\leqslant(i^2_A+2\beta_y e^o_{y,u})$, $\varphi_{cr1}$ преимущественно характеризует изгибную из плоскости симметрии форму потери устойчивости, а $\varphi_{cr2}$ – крутильную. С увеличением $e^o_{y,u}$, когда $(e^o_{y,u}-a_y)^2>(i^2_A+2\beta_y e^o_{y,u})$, $\varphi_{cr1}$ соответствует заданному направлению силы, а $\varphi_{cr2}$ – обратному.

Используя решения (9) и (10), представим соответствующее предельному состоянию $\bar{\sigma}_{max}=1$ выражение для максимальных напряжений при деформировании стержня по следующим формам:

• *изгибной:*

$$\bar{\sigma}_{max}=\varphi_{ex}(1+m^0_{x,v}K_{d,xv})=1, \quad (12)$$

где $K_{d,xv}=1+\frac{\varphi_{ex}\bar{\lambda}^2_x}{\pi^2}\left(1-\frac{\varphi_{ex}\bar{\lambda}^2_x}{\pi^2}\right)^{-1}$; (13)

• *изгибно-крутильной:*

$$\bar{\sigma}_{max}=\varphi_{yc}(1+m^0_{x,v}+m^0_yK_{d,y})=1; \quad (14)$$

$$K_{d,y}=1+\frac{\pi^2}{8}\left(1-\frac{a_y}{e^o_{y,u}}\right)^{-1}\left\{\left(1-\frac{a_y}{e^o_{y,u}}\frac{\varphi\bar{\lambda}^2_y}{\pi^2}\right)\times\left[\left(1-\frac{\varphi_{yc}}{\varphi_{cr1}}\right)\left(1-\frac{\varphi_{yc}}{\varphi_{cr2}}\right)\right]^{-1}-1\right\}; \quad (15)$$

• *пространственной:*

$$\bar{\sigma}_{max}=\varphi_{пр}(1+m^0_{x,u}K_{d,xu}+m^0_yK_{d,yu})=1, \quad (16)$$

где $K_{d,xu}$ и $K_{d,yu}$ – деформационные коэффициенты, которые вычисляют по формулам (13) и (15) соответственно с заменой: $\varphi_{ex}$ и $\varphi_{yc}$ на $\varphi_{пр}$; $\bar{\lambda}_x$ на $\bar{\lambda}_{xu}=\bar{\lambda}_y i_y/i_x$.

Выражения для $\bar{\sigma}_{max}$ в уравнениях (12), (14) и (16) можно привести к соответствующим уравнениям согласно [14], решения которых позволяют найти коэффициенты потери устойчивости: $\varphi_{ex}$, $\varphi_{yc}$ и $\varphi_{пр}$ для стержня с нередуцированным сечением.

### Обратное численно-аналитическое решение задач устойчивости стержня с редуцированным сечением

Использование полученных аналитических решений задач устойчивости для стержней с редуцированным сечением возможно при замене последнего на нередуцированное с компенсирующим догружением фиктивной силой $N_ф$ *(рис. 1б, в)* – равнодействующей напряжений, которые должны были восприняться ослаблениями сечения. Она является следствием действия заданной силы $N$, действующей с двухосным эксцентриситетом $e^o_y$ и $e^o_x$, и может быть определена с помощью алгоритма «сечение», например по EN [9].

Следуя обратному решению задач прочности, рассмотрим пространственно-деформированный стержень, в наиболее нагруженном нередуцированном сечении которого действуют деформационные моменты с $m_{x,u}$ и $m_y$. Тогда предельное напряженно-деформированное состояние в этом сечении ($\bar{\sigma}_{max}=1$) можно представить в виде:

$$\bar{\sigma}(\bar{x},\bar{y})=\bar{\varepsilon}(\bar{x},\bar{y})=\varphi_{пр}(1+m_{x,u}\bar{y}+m_y\bar{x}); \quad (17)$$

где $\varphi_{пр}=(1+m_{x,u}+m_y)^{-1}$. (18)

Используя уравнение (17), определим редукцию сечения и, обращаясь к алгоритму «сечение», установим *(рис. 1в)* параметры загружения:

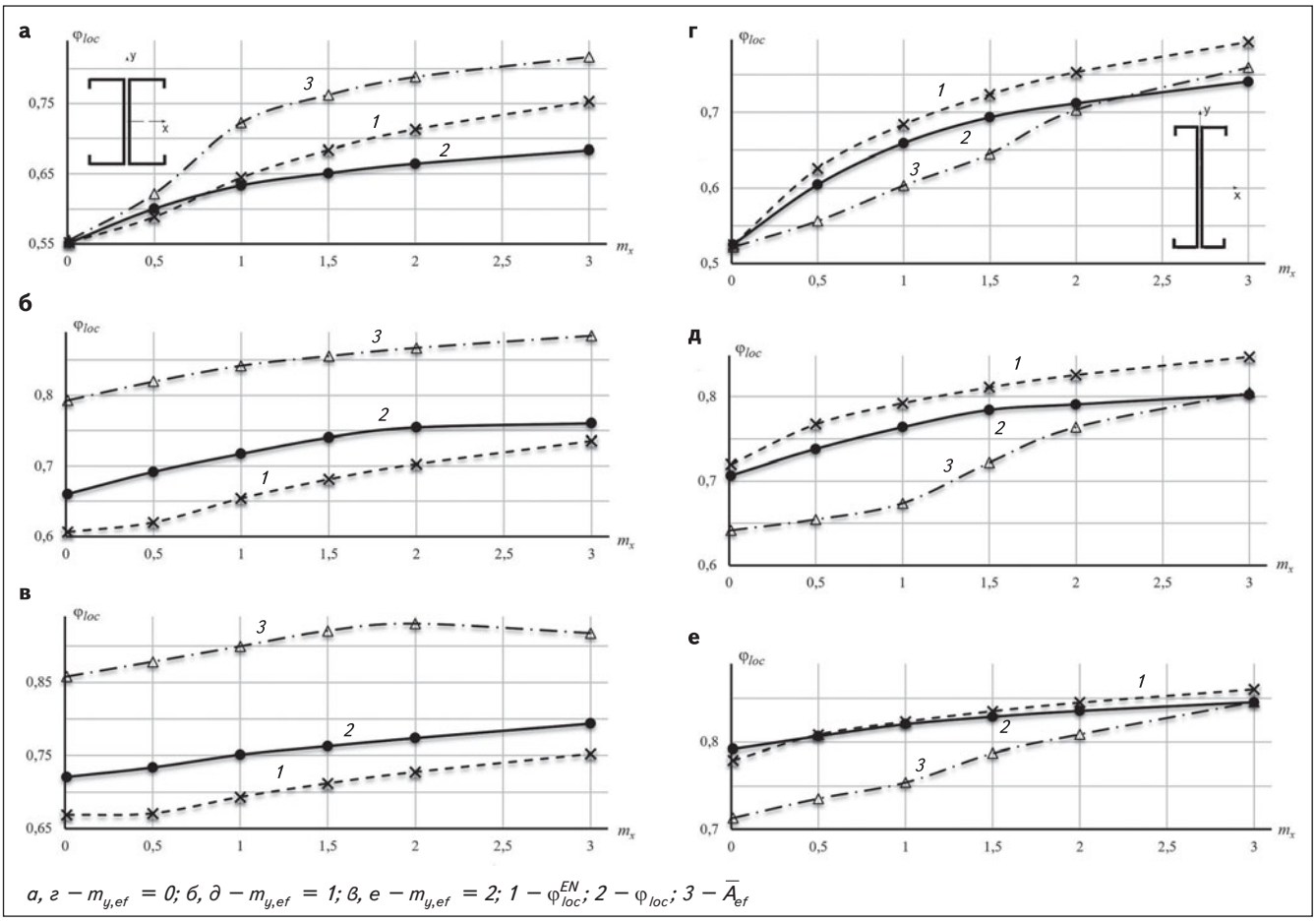



**Рис. 3.** *Графики зависимости $\varphi_{loc}^{EN}$, $\varphi_{loc}$, $\bar{A}_{ef}$ от $m_{x,ef}$ для профилей Double Channel 190×90×20×2 мм (а–в); 270×50×20×2 мм (г–е)*

• *действующей силой* $N_{ef}$ (коэффициент потери устойчивости):

$$\varphi_{\text{пр},ef} = \varphi_{\text{пр}}\left(\bar{A}_{ef} - m_{x,и}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{y}_c - m_y\frac{\rho_y}{x^*}\bar{x}_c\right); \quad \textbf{(19)}$$

• *фиктивной силой* $N_{\text{ф}}$, компенсирующей ослабления сечения с его относительными эксцентриситетами:

$$\varphi_{\text{пр,ф}} = \varphi_{\text{пр}}C_{1\text{ф}}; \quad m^{\text{o}}_{x\text{ф}} = C_{2\text{ф}}/C_{1\text{ф}}; \quad \textbf{(20)}$$

$$m^{\text{o}}_{y\text{ф}} = C_{3\text{ф}}/C_{1\text{ф}},$$

где

$$\left.\begin{aligned} C_{1\text{ф}} &= \bar{A}_o + m_{x,и}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{y}_c + m_y\frac{\rho_y}{x^*}\bar{x}_c;\\ C_{2\text{ф}} &= \bar{y}_c + m_{x,и}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{i}^2_{x,oc} + m_y\frac{\rho_y}{x^*}\bar{i}^2_{xy,ef};\\ C_{3\text{ф}} &= \bar{x}_c + m_{x,и}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{i}^2_{xy,ef} + m_y\frac{\rho_y}{x^*}\bar{i}^2_{y,oc}. \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(21)}$$

Принимая $N_{\text{ф}}$ постоянной по длине стержня, ее эксцентриситеты $e^0_{y\text{ф}} = m^{\text{o}}_{x\text{ф}}\rho_x$, $e^0_{x\text{ф}} = m^{\text{o}}_{y\text{ф}}\rho_y$ *(см. рис. 1в)*, составленные относительно соответственных осей сечения, можно отнести к концевым.

Следуя [14], представим предельные напряженные состояния наиболее нагруженных сечений стержня при различных формах деформирования:

**1.** Пространственная форма потери устойчивости:

$$\bar{\sigma}(\bar{x},\bar{y}) = \varphi_{\text{пр},ef}(1 + m^o_{xи,ef}\bar{y}K_{d,xи} + \quad \textbf{(22)}$$
$$+ m^o_{y,ef}\bar{x}K_{d,yи}) + \varphi_{\text{пр,ф}}(1 + m^o_{x,\text{ф}}\bar{y}K_{d,xи} +$$
$$+ m^o_{y,\text{ф}}\bar{x}K_{d,yи}) = 1,$$

где $K_{d,xи}$ и $K_{d,yи}$ – деформационные коэффициенты, вычисляемые по формулам (13) и (15) соответственно с заменой $\varphi_{ex}$, $\varphi_{yc}$ на $\varphi_{\text{пр},ef}$ и $\bar{\lambda}_x$ на $\bar{\lambda}_{xи} = \bar{\lambda}_y i_y/i_x$.

В уравнении (22) неизвестные – недеформационные (концевые) относительные эксцентриситеты $m^o_{xи,ef}$ ($e^o_{y,и} = m^o_{xи,ef}\rho_x$) и $m^o_{y,ef}$, которые можно определить при сопоставлении предельных напряженных состояний по выражениям (17) и (22):

• при $\bar{x} = 0$, $\bar{y} = 1$:

$$\varphi_{\text{пр},ef}(1 + m^o_{xи,ef}K_{d,xи}) + \varphi_{\text{пр,ф}}(1 + m^o_{x,\text{ф}}K_{d,xи}) = \quad \textbf{(23)}$$
$$= \frac{1 + m_{x,и}}{1 + m_{x,и} + m_y};$$

• при $\bar{x} = 1$, $\bar{y} = 0$:

$$\varphi_{\text{пр},ef}(1 + m^o_{y,ef}K_{d,y}) + \varphi_{\text{пр},\text{ф}}(1 + m^o_{y,\text{ф}}K_{d,y}) = \frac{1 + m_y}{1 + m_{x,u} + m_y}. \quad (24)$$

Тогда

$$m^o_{xu,ef} = \frac{1 + m_{x,u}}{(1 + m_{x,u} + m_y)K_{d,xu}\varphi_{\text{пр},ef}} - \left[\frac{\varphi_{\text{пр},\text{ф}}}{\varphi_{\text{пр},ef}}\left(\frac{1}{K_{d,xu}} + m^o_{x,\text{ф}}\right) + \frac{1}{K_{d,xu}}\right]; \quad (25)$$

$$m^o_{y,ef} = \frac{1 + m_y}{(1 + m_{x,u} + m_y)K_{d,y}\varphi_{\text{пр},ef}} - \left[\frac{\varphi_{\text{пр},\text{ф}}}{\varphi_{\text{пр},ef}}\left(\frac{1}{K_{d,y}} + m^o_{y,\text{ф}}\right) + \frac{1}{K_{d,y}}\right]; \quad (26)$$

**2.** Рассматривая предельное состояние по изгибно-крутильной форме деформирования стержня, когда в формуле (17) вместо $m_{x,u}$ принимается недеформационное его значение $m^o_{x,u}$ ($I_x >> I_y$), имеем:

$$m^o_{xu,ef} = \frac{1 + m^o_{x,u}}{(1 + m^o_{x,u} + m_y)\varphi_{\text{пр},ef}} - \left[\frac{\varphi_{yc,\text{ф}}}{\varphi_{yc,ef}}(1 + m^o_{x,\text{ф}}) + 1\right]; \quad (27)$$

$$m^o_{y,ef} = \frac{1 + m_y}{(1 + m^o_{x,u} + m_y)K_{d,y}\varphi_{\text{пр},ef}} - \left[\frac{\varphi_{yc,\text{ф}}}{\varphi_{yc,ef}}\left(\frac{1}{K_{d,y}} + m^o_{y,\text{ф}}\right) + \frac{1}{K_{d,y}}\right]; \quad (28)$$

**3.** То же, при изгибной форме потери устойчивости в плоскости симметрии в уравнении (17) ($m_y = 0$, $m_{x,v} \neq 0$):

$$m^o_{xv,ef} = \frac{1}{K_{d,xv}\varphi_{ex,ef}} - \left[\frac{\varphi_{ex,\text{ф}}}{\varphi_{ex,ef}}\left(\frac{1}{K_{d,xv}} + m^o_{x,\text{ф}}\right) + \frac{1}{K_{d,xv}}\right], \quad (30)$$

где $\varphi_{ex,ef} = \frac{1}{1 + m_{x,v}}\left(\bar{A}_{ef} - m_{x,v}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{y}_c\right)$;

$\varphi_{ex,\text{ф}} = \frac{1}{1 + m_{x,v}} - \varphi_{ex,ef}$;

$m^o_{x,\text{ф}} = \left(y_c + m_{x,v}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{i}^2_{x,oc}\right)\left(\bar{A}_o + m_{x,v}\frac{\rho_x}{y^*}\bar{y}_c\right)^{-1}$.

Таким образом, по предельному состоянию ($\bar{\sigma}_{\max} = 1$) при заданных деформационных относительных эксцентриситетах получим редукцию сечения и фактически действующие деформационные усилия, с помощью которых обратным аналитическим решением задачи устойчивости устанавливается загружение стержня на его концах. Сравнивая коэффициенты устойчивости с редуцированным $\varphi_{ef}$ и нередуцированным $\varphi$ сечениями при одних и тех же условиях загружения, можно определить влияние редукции сечения на устойчивость $\varphi_{loc} = \varphi_{ef}/\varphi$. Тогда расчеты на устойчивость можно свести к традиционному виду, но с введением $\varphi_{loc}$:

$$\frac{N}{\gamma_c R_y A \varphi \varphi_{loc}} \leqslant 1. \quad (31)$$

### Влияние редукции сечения на прочность

На примерах расчета стержней, составленных из спаренных «С»-образных профилей Double Channel двух типоразмеров 190×90×20×2 и 270×50×20×2 мм, покажем согласно уравнению (6) зависимость $\varphi_{loc}$, характеризующую влияние фактической редукции сечения на прочность, от относительных эксцентриситетов $m_{x,ef}$, $m_{y,ef}$ и сопоставим их с результатами расчета по EN [9]:

$$\varphi^{EN}_{loc} = \varphi_{ef}(1 + m_{x,ef} + m_{y,ef}) \times \left[\frac{A}{A_{ef,N}} + \frac{(e_{y,ef} + y_c)A}{W_{x,ef}} + \frac{(e_{x,ef} + x_c)A}{W_{y,ef}}\right]^{-1}, \quad (32)$$

где $e_{y,ef} = m_{x,ef}\rho_x$; $e_{x,ef} = m_{y,ef}\rho_y$; $y_c$, $x_c$ – смещение центра тяжести сечения, вызванное его редукцией при действии $M_x$ и $M_y$ соответственно.

Зависимости $\varphi_{loc}$ (сплошные линии) и $\varphi^{EN}_{loc}$ (пунктирные линии), а также безразмерный параметр фактического редуцированного сечения $\bar{A}_{ef}$ (штрихпунктирные линии) от $m_{x,ef}$ при фиксированных значениях $m_{y,ef}$ приведены на *рис. 3*.

Сопоставляя графики $\varphi_{loc}$ и $\varphi^{EN}_{loc}$, можно увидеть, что в зависимости от типа сечения и соотношения $m_{x,ef}$ и $m_{y,ef}$ использование методики EN [9] может приводить как к завышению значения предельного состояния *(рис. 3а, г–е)* до 10 %, так и к занижению *(рис. 3б, в)* в пределах 4,5–12 %.

Фактические редуцированные сечения двух типоразмеров показаны на *рис. 4*, на которых можно увидеть потерю местной устойчивости в виде отсутствия части сечения и потерю формы сечения за счет уменьшения толщины: при сжатии – *рис. 4а, г*; сжатии с изгибом ($m_{x,ef} = 3$, $m_{y,ef} = 0$) – *рис. 4б, д*; сжатии с изгибом в двух плоскостях ($m_{x,ef} = 2$, $m_{y,ef} = 1$) – *рис. 4в, е*.

Влияние параметра ослабления сечения $\bar{A}_o = 1 - \bar{A}_{ef}$ и места его размещения *(см. рис. 4)* на

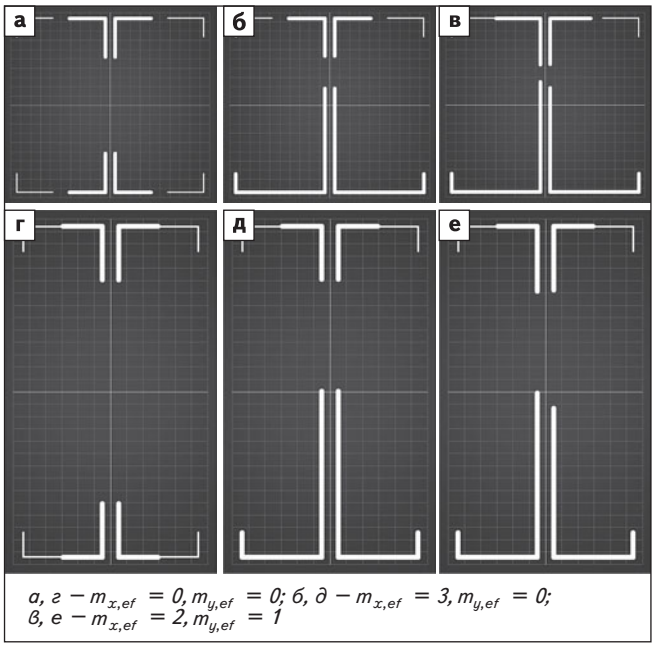



**Рис. 4.** ***Фактическая редукция сечений для профилей Double Channel 190×90×20×2 мм (а–в); 270×50×20×2 мм (г–е)***

снижение прочности, выраженное через $\varphi_{loc}$, можно проследить при сравнении графиков $\overline{A}_{ef}$ и $\varphi_{loc}$. Обращаясь к *рис. 3* (первый тип сечения), можно увидеть, что относительно малые ослабления $\overline{A}_o$ (большие значения $\overline{A}_{ef}$) весьма существенно снижают несущую способность, о чем также свидетельствуют соотношения $(1-\varphi_{loc})/\overline{A}_o$, представленные в *табл. 1*. Это объясняется тем, что $\overline{A}_o$ преимущественно находится в наиболее напряженной зоне *(см. рис. 4б, в)*, удаленной от центра тяжести сечения, – в поясе.

Рассматривая второй тип сечения, в котором преимущественно теряет устойчивость стенка *(см. рис. 4г–е)*, можно констатировать *(см. рис. 3г–е* и *табл. 2)*, что ослабление, находящееся вблизи центра тяжести сечения (в менее напряженной зоне), снижает прочность в равной степени.

### Сравнительный анализ пространственной устойчивости по предложенному методу с МКЭ и Eurocode

Сравнение проведем на примерах расчета стержней в безразмерных параметрах, составленных из спаренных «С»-образных профилей Double Channel 190×90×20×2 мм.

Зависимости коэффициентов пространственной устойчивости *(рис. 5)* получены от относительных эксцентриситетов в плоскости большей жесткости $m_x^o$ ($I_x > I_y$) с учетом случайного эксцентриситета в другой плоскости $m_{y,\text{сл}}^o = e_{x,\text{сл}}^o / \rho_y$ ($e_{x,\text{сл}}^o = l/750 + i_y/20$) при фиксированных значениях гибкости $\overline{\lambda}_y$. Сплошные линии соответствуют $\varphi_{\text{пр},ef}$, пунктирные – $\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$ (МКЭ – метод конечных элементов – по программе ANSYS), штрихпунктирные – $\varphi_{\text{пр},ef}^{EN}$ (нормативному по EN [9]).

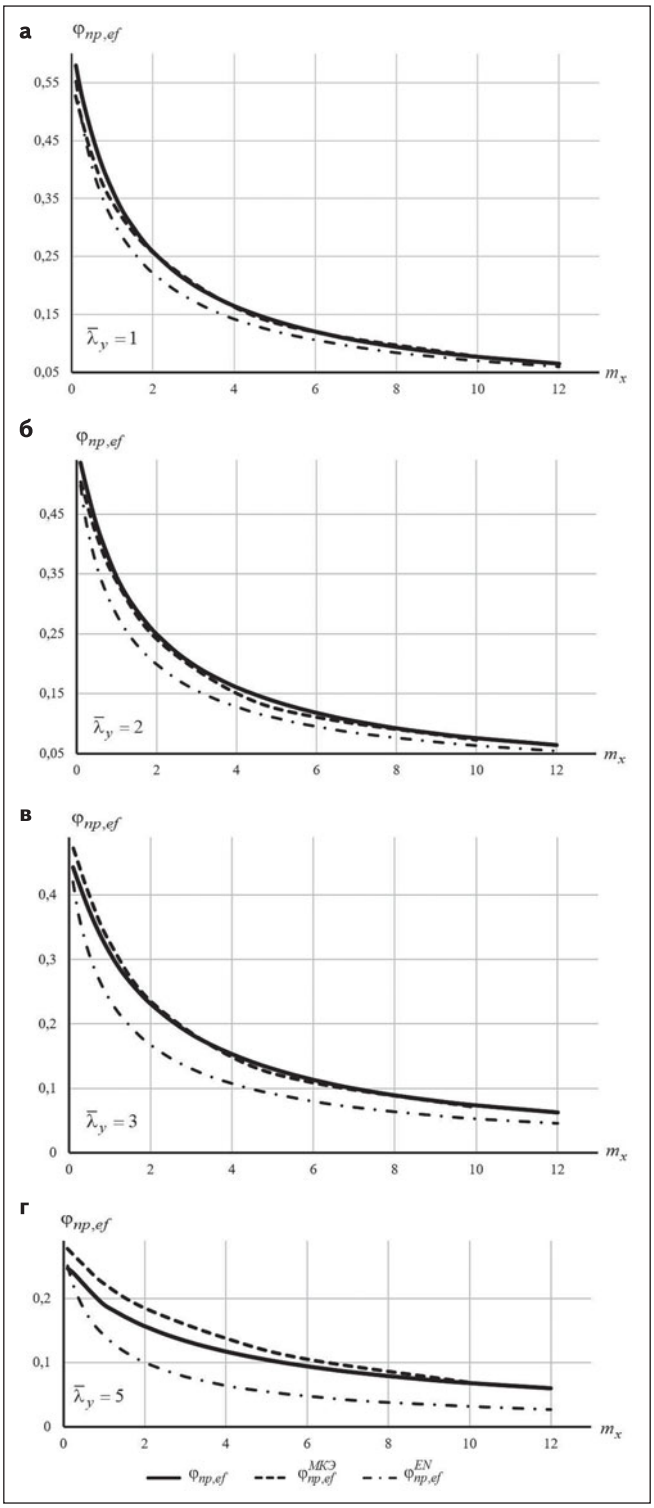



**Рис. 5.** ***Графики зависимости коэффициентов пространственной устойчивости от $m_x^o$ при гибкости: а – $\overline{\lambda}_y$ = 1; б – $\overline{\lambda}_y$ = 2; в – $\overline{\lambda}_y$ = 3; г – $\overline{\lambda}_y$ = 5***

Сопоставляя графики $\varphi_{\text{пр},ef}$ и $\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$, можно констатировать, что они достаточно хорошо согласуют-

*1. Отношение* $(1-\varphi_{loc})/\bar{A}_o$ *для профиля Double Channel*

| $m_y$ | $m_x$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **0,01** | **0,5** | **1** | **1,5** | **2** | **3** |
| 0,01 | 1,009/0,993 | 1,057/0,892 | 1,321/0,86 | 1,467/0,865 | 1,581/0,971 | 1,724/1,079 |
| 0,5 | 1,589/0,843 | 1,312/0,829 | 1,279/0,774 | 1,538/0,812 | 1,668/0,92 | 1,829/1,039 |
| 1 | 1,641/0,819 | 1,707/0,759 | 1,789/0,725 | 1,799/0,776 | 1,852/0,885 | 2,076/1,012 |
| 1,5 | 1,776/0,756 | 1,903/0,746 | 2,063/0,733 | 2,322/0,756 | 2,077/0,868 | 2,312/1 |
| 2 | 1,967/0,724 | 2,188/0,73 | 2,472/0,729 | 2,985/0,805 | 3,24/0,86 | 2,493/1,003 |
| 3 | 2,579/0,727 | 2,808/0,764 | 2,931/0,8 | 3,061/0,865 | 3,122/0,996 | 2,936/1,191 |

Примечание. В числителе даны значения для профиля 190×90×20×2 мм, в знаменателе – для 270×50×20×2 мм.

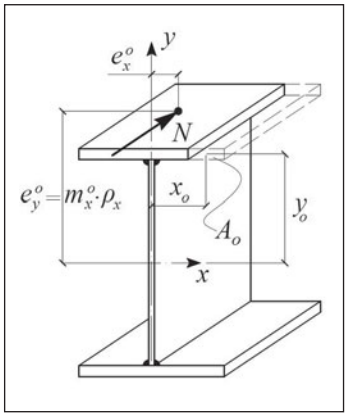



**Рис. 6.** *Схема загружения стержня с несимметричным сечением*

ся. В *табл. 2* приведены расхождения этих результатов, которые при $\bar{\lambda}_y$ =1, 2, 3 составляют от 1 до 10 %. Большие из них относятся к малым эксцентриситетам, что связано с переходом от центрального сжатия, при котором достигается максимальная симметричная редукция, к сжатию с двухосным изгибом, вызывающим значительно меньшую и несимметричную редукцию.

При относительно большой гибкости $\bar{\lambda}_y = 5$ (графики *рис. 5г и табл. 2*) результаты расчета по МКЭ – $\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$ в зависимости от $m_x^o$ превышают соответствующие значения $\varphi_{\text{пр},ef}$ на 10,4...15,33 %.

Это можно объяснить тем, что при случайном эксцентриситете $m_{y,\text{сл}}^o$ в плоскости большей гибкости $\bar{\lambda}_y = 5$, когда $m_x^o = 0{,}1...6$, влияние пространственных перемещений на устойчивость возрастает в несколько раз по сравнению с гибкостью $\bar{\lambda}_y \leqslant 3$. При этих условиях загружения численные методы могут давать несколько заниженные значения пространственных перемещений, что, соответственно, приводит к завышению $\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$.

Проверим эти рассуждения на примерах расчета стержней с изначально несимметричным сечением – двутавре с ослабленной по всей длине полкой. Площадь ослабления $A_o = 0{,}0848A$ с координатами центра тяжести $x_o = 0{,}75x^*$, $y_o = 0{,}952y^*$ находится в зоне загружения продольной силой с двухосными эксцентриситетами $e_x^o = m_y^o/\rho_y$, $e_y^o = m_x^o/\rho_x$ *(рис. 6)*. Относительные параметры двутаврового сечения составляют $i_y/i_x = 0{,}27$, $\rho_y/\rho_x = 0{,}153$. Результаты расчета по разработанному методу $\varphi_{\text{пр},ef}$ и программе ANSYS $\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$ приведены в *табл. 3*. Видно, что только при случайных эксцентриситетах $m_{x,\text{сл}}^o = 0{,}2$ и $m_{y,\text{сл}}^o = 0{,}3$; 0,35, соответствующих «центральному» сжатию стержней средней ($\bar{\lambda}_y = 3$) и большой ($\bar{\lambda}_y = 5$) гибкостей, расхождения составляют 13,84 и 8,71 % соответственно. Во всех остальных случаях они не

*2. Отношение* $1-\varphi_{\text{пр},ef}/\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$, *%, для профиля Double Channel 190×90×20×2 мм*

| $m_x^o$ при $m_{y,\text{сл}}^o$ | $\bar{\lambda}_y$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **5** |
| 0,1 | −10,04 | −6,51 | 6,32 | 11,1 |
| 0,5 | −8,07 | −4,86 | 5,74 | 12,05 |
| 1 | −5,92 | −2,67 | 4,72 | 14,81 |
| 2 | −0,47 | −3,77 | 1,62 | 15,33 |
| 4 | −1,05 | −7,04 | −3,29 | 14,99 |
| 6 | −0,89 | −7,11 | −4,32 | 10,4 |
| 10 | −0,18 | −5,05 | −4,59 | 5,06 |

превышают 7 %, что подтверждает достоверность разработанного метода [13].

Возвращаясь к устойчивости стержней ЛСТК с редуцированными сечениями, сопоставим $\varphi_{\text{пр},ef}$ (на *рис. 5* сплошные линии) с результатами $\varphi_{\text{пр},ef}^{EN}$ (штрих-пунктирные линии), полученными по EN [9]. Видно, что последние по мере увеличения гибкости $\bar{\lambda}_y$ существенно занижают пространственную устойчивость. О чем также свидетельствуют представленные в *табл. 4* расхождения в процентном отношении к $\varphi_{\text{пр},ef}$. Результаты расчета достаточно хорошо согласуются только при «центральном» сжатии (сжатии с случайными эксцентриситетами $m_x^o \leqslant 0{,}25$, $m_{y,\text{сл}}^o$), а также при любых значениях $m_x^o$ стержней малой гибкости $\bar{\lambda}_y \leqslant 1$, когда влияние пространственных перемещений на устойчивость незначительно. Во всех остальных случаях *(см. табл. 4)* с ростом $\bar{\lambda}_y$ и $m_x^o$ занижения устойчивости по EN [9] увеличиваются от 15 до 53 %. Это объясняется тем, что в общем решении задачи пространственной устойчивости по EN [9] применен принцип наложения: использование результатов решений частных задач ус-

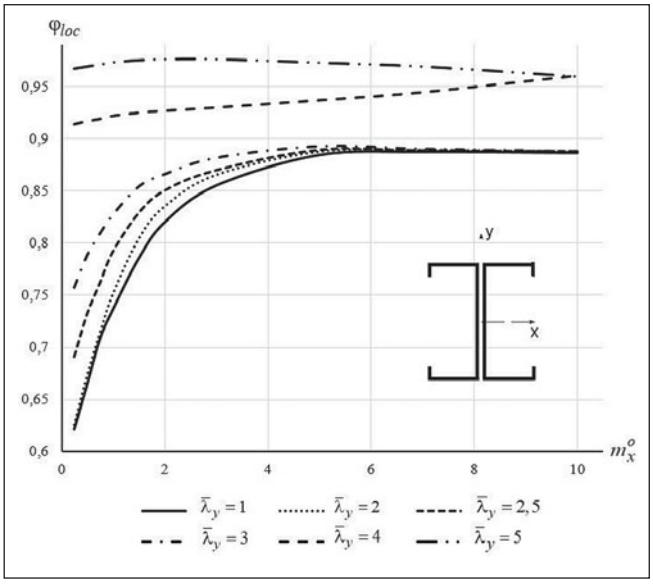



**Рис. 7.** ***Графики зависимости коэффициентов потери местной устойчивости при внецентренном сжатии*** $\varphi_{loc}$ ***от*** $m_x^o$ ***при различных гибкостях*** $\bar{\lambda}_y$

тойчивости стержней с сопутствующими загружению редуцированными сечениями при раздельном действии силовых факторов $N$, $M_x$, $M_y$. При этом введенные ими коэффициенты взаимного влияния усилий не в полной мере компенсируют упомянутое нарушение.

Влияние редукции сечения на пространственную устойчивость продемонстрируем на тех же примерах зависимостью $\varphi_{loc} = \varphi_{\text{пр},ef} / \varphi_{\text{пр}}$ от относительного эксцентриситета $m_x^o$ при $m_{y,\text{сл}}^o$ и гибкости $\bar{\lambda}_y$ (графики на *рис. 7* и *табл. 4*). Видно, что редукция весьма существенно снижает устойчивость при относительно небольших эксцентриситетах $m_x^o$ и гибкостях $\bar{\lambda}_y$ $\varphi_{loc} = 0{,}68...0{,}8$. С увеличением этих параметров ее влияние снижается, а при $\bar{\lambda}_y \geqslant 4$ и $m_x^o \geqslant 2$ становится незначительным $\varphi_{loc} \geqslant 0{,}92$.

Полученные таким образом результаты для различных типов сечений можно представить аппроксимирующими зависимостями, что позволит значительно упростить выполнение практических расчетов.

### Выводы

**1.** Предложенный в настоящем исследовании обратный численно-аналитический метод расчета стержневых элементов ЛСТК на прочность и общую устойчивость обладает достаточно высокой точностью по сравнению с другими методами и позволяет сократить время расчета на несколько порядков, что крайне важно при разработке практических рекомендаций. Достоверность и достаточную для практического применения точность этого метода обеспечивают:

***3. Результаты расчета двутавра с ослабленной полкой***

| $\bar{\lambda}_y$ | $m_x^o$ | $m_y^o$ | $\varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$ | $\varphi_{\text{пр},ef}$ | $1 - \varphi_{\text{пр},ef} / \varphi_{\text{пр},ef}^{\text{МКЭ}}$, % |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,2 | 0,2 | 0,467 | 0,463 | 0,85 |
| | | 1 | 0,342 | 0,338 | 1,3 |
| | | 2 | 0,239 | 0,255 | −6,84 |
| | 2 | 0,2 | 0,202 | 0,203 | −0,32 |
| | | 1 | 0,174 | 0,176 | −0,96 |
| | | 2 | 0,15 | 0,15 | 0,31 |
| | 8 | 0,2 | 0,07 | 0,071 | −1,61 |
| | | 1 | 0,066 | 0,067 | −0,88 |
| | | 2 | 0,062 | 0,063 | −1,75 |
| 3 | 0,2 | 0,3 | 0,317 | 0,273 | 13,84 |
| | | 1 | 0,25 | 0,222 | 6,35 |
| | | 2 | 0,186 | 0,178 | 4,35 |
| | 2 | 0,3 | 0,164 | 0,17 | −3,69 |
| | | 1 | 0,145 | 0,149 | −2,56 |
| | | 2 | 0,128 | 0,127 | 0,5 |
| | 8 | 0,3 | 0,061 | 0,063 | −3,48 |
| | | 1 | 0,058 | 0,06 | −3,25 |
| | | 2 | 0,055 | 0,057 | −3,64 |
| 5 | 0,2 | 0,35 | 0,164 | 0,15 | 8,71 |
| | | 1 | 0,14 | 0,127 | 6,34 |
| | | 2 | 0,119 | 0,111 | 6,99 |
| | 2 | 0,35 | 0,117 | 0,117 | −0,07 |
| | | 1 | 0,107 | 0,107 | 0,21 |
| | | 2 | 0,1 | 0,094 | 6,29 |
| | 8 | 0,35 | 0,049 | 0,053 | −8,13 |
| | | 1 | 0,048 | 0,051 | −6,84 |
| | | 2 | 0,046 | 0,048 | −4,89 |

• определение редукции сечения и общей устойчивости при совместном действии и взаимном влиянии всех силовых факторов, что не соблюдается нормативными методами EN [9] и СП 260.1385800;

• использование аналитического решения задачи пространственной устойчивости симметрично загруженных упругих стержней, обладающего высокой точностью;

• введение фиктивной силы, полностью компенсирующей (с помощью алгоритма «сечение») редукцию, которая определяется по предельному напряженному состоянию в наиболее нагруженном сечении пространственно-деформируемого стержня.

***4. Отношение*** $1-\varphi_{\text{пр},ef}/\varphi^{EN}_{\text{пр},ef}$, ***%, и коэффициент*** $\varphi_{loc}$ ***для профиля Double Channel 190×90×20×2 мм***

| $\bar{\lambda}_y$ | $m^o_x$ с учетом $m^o_{y,\text{сл}}$ | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **0,1** | **0,25** | **0,5** | **0,75** | **1** | **1,5** | **2** | **3** | **5** | **7** | **10** |
| 0,5 | 2,2 | 7,2 / 0,615 | 10 / 0,661 | 12 / 0,695 | 12 / 0,733 | 12,5 / 0,786 | 12,5 / 0,815 | 12,1 / 0,852 | 10,8 / 0,883 | 9,6 / 0,887 | 6,9 / 0,886 |
| 1 | 4,8 | 8,6 / 0,621 | 12,2 / 0,664 | 13,3 / 0,708 | 14,1 / 0,736 | 14,3 / 0,785 | 14,5 / 0,82 | 13,9 / 0,855 | 13,3 / 0,884 | 11 / 0,887 | 9,2 / 0,886 |
| 1,5 | 6,2 | 10,8 / 0,623 | 14,4 / 0,667 | 15,5 / 0,711 | 16,4 / 0,738 | 17,2 / 0,79 | 17,1 / 0,827 | 17,6 / 0,859 | 17 / 0,886 | 15,3 / 0,888 | 12,6 / 0,887 |
| 2 | 7,1 | 12,4 / 0,626 | 15,9 / 0,673 | 17,9 / 0,714 | 18,5 / 0,751 | 20 / 0,804 | 20,4 / 0,835 | 20,7 / 0,865 | 20,2 / 0,887 | 19,2 / 0,889 | 17,2 / 0,888 |
| 2,5 | 6,7 | 12,2 / 0,691 | 16,9 / 0,732 | 19,7 / 0,762 | 21,1 / 0,792 | 22,8 / 0,829 | 23,6 / 0,851 | 24,7 / 0,87 | 24,8 / 0,89 | 23,8 / 0,889 | 21,6 / 0,888 |
| 3 | 4,9 | 12,2 / 0,757 | 18 / 0,788 | 21,3 / 0,809 | 23,4 / 0,827 | 25,7 / 0,854 | 27,5 / 0,866 | 28,9 / 0,882 | 29,5 / 0,893 | 28,9 / 0,89 | 28,3 / 0,888 |
| 3,5 | 3,1 | 10,8 / 0,88 | 18,4 / 0,882 | 22,4 / 0,884 | 24,8 / 0,886 | 28,4 / 0,888 | 30,1 / 0,892 | 32,2 / 0,899 | 33,3 / 0,899 | 32,7 / 0,894 | 32,3 / 0,89 |
| 4 | 0,9 | 10,1 / 0,914 | 18,1 / 0,917 | 22,9 / 0,919 | 25,6 / 0,922 | 29,7 / 0,925 | 31,3 / 0,927 | 33,2 / 0,93 | 34,5 / 0,937 | 36,1 / 0,945 | 39,4 / 0,961 |
| 4,5 | 0,1 | 9,3 / 0,947 | 17,9 / 0,95 | 22,7 / 0,953 | 25,7 / 0,954 | 29,3 / 0,958 | 31 / 0,963 | 33,5 / 0,973 | 40,3 / 0,973 | 43,5 / 0,969 | 46,2 / 0,96 |
| 5 | 1,5 | 8,6 / 0,967 | 17,3 / 0,969 | 22,3 / 0,971 | 25,2 / 0,973 | 31,8 / 0,975 | 36,1 / 0,976 | 41,6 / 0,976 | 47,2 / 0,973 | 51,1 / 0,969 | 53 / 0,959 |

Примечание. В числителе даны значения для $1-\varphi_{\text{пр},ef}/\varphi^{EN}_{\text{пр},ef}$, в знаменателе – $\varphi_{loc}$.

**2.** Учитывая быстродействие и точность обратного численно-аналитического метода по сравнению с теми, на которых построены действующие нормативные документы EN [9] и СП 260.1385800, появилась возможность разработать более точные альтернативные практические методы расчета стержневых элементов ЛСТК. При этом проверку прочности и общей устойчивости можно сохранить в традиционном виде с введением коэффициента $\varphi_{loc}$, учитывающего влияние фактической редукции сечения.

*ЛИТЕРАТУРА*


1. *Winter G.* Strength of thin steel compression flanges [Прочность стальных тонкостенных полок при сжатии] // Transactions ASCE. 1947. 112. Pp. 527–554.
2. *Winter G.* Thin-walled structures – theoretical solutions and test results [Тонкостенные конструкции – теоретические решения и результаты испытаний] // Preliminary Publications of the Eighth Congress, International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE). New York, 1968. Pp. 101–112.
3. *Peköz T.* Development of a unified approach to the design of cold-formed steel members [Разработка единого подхода к проектированию стержней из холодногнутой стали] // American Iron and Steel Institute Research Report, 1987. CF 87-1. Pp. 77–84.
4. *Moldovan A.* Compression tests on cold-formed steel columns with monosymmetrical section [Испытания на сжатие холодногнутых стальных колонн с моносимметричным сечением] // Thin-Walled Structures. 1994. Vol. 20 (1–4). Pp. 241–252.
5. *Shafer B. W.* Designing cold-formed steel using the direct strength method [Проектирование холодногнутой стали методом прямой прочности] // 18th

International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures October 26–27, 2006, Orlando, Florida. Pp. 475–489.

6. *Shafer B. W*. Local, distortional and Euler buckling of thin-walled columns [Локальная, деформационная и эйлерова потеря устойчивости тонкостенных колонн] // Journal of Structuring Engineering. 2002. Vol. 128(3). Pp. 289–299.
7. AISI S100–2016. North American specification for the design of cold-formed steel structural members [Североамериканские спецификации для проектирования элементов конструкций из холодногнутой стали].
8. AS/NZS 4600:2005. Australian/New Zealand standard. Cold-formed steel structures [Стандарт Австралии / Новой Зеландии. Стальные холодногнутые конструкции].
9. EN 1993-1-3–2006. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1–3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting [Проектирование металлоконструкций. Часть 1–3: Общие правила. Дополнительные правила для холодногнутых профилей и листов].
10. *Кузнецов А. Ю*. Напряженно-деформированные и предельные состояния в сечениях стержневых элементов из оцинкованных профилей // Вестник гражданских инженеров. 2013. № 2(37). С. 56–60.
11. *Белый Г. И., Кузнецов А. Ю.* Влияние редукции сечения на устойчивость стержневых элементов конструкций из спаренных холодногнутых тонкостенных профилей // Вестник гражданских инженеров. 2016. № 4(57). С. 57–63.
12. *Белый Г. И.* К расчету на прочность стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций при многопараметрическом загружении // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 4(75). С. 13–17.
13. *Белый Г. И.* Развитие методов расчета стержневых элементов стальных конструкций при многопараметрическом загружении // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 3(80). С. 43–54.
14. *Белый Г. И.* Аналитически-численный метод расчета на устойчивость стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 4(81). С. 39–46.
15. *Власов В. З.* Тонкостенные упругие стержни. М. : Физматгиз, 1959. 505 с.
16. *Воробьев Л. Н.* Деформационный расчет и устойчивость тонкостенных стержней открытого профиля // Труды Новочеркасского политехнического института. 1958. Т. 69/93. С. 3–48.
17. *Броуде Б. М.* К теории тонкостенных стержней открытого профиля // Строительная механика и расчет сооружений. 1960. № 5. С. 6–11.
18. *Воронцов Г. В.* Малые пространственные колебания, устойчивость и устойчивая прочность тонкостенных стержней открытого профиля // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1965. № 1. С. 44–49.
19. *Бейлин Е. А.* Общие уравнения деформационного расчета и устойчивости тонкостенных стержней // Строительная механика и расчет сооружений. 1969. № 5. С. 35–41.
20. *Бейлин Е. А., Белый Г. И.* К деформационному расчету упругих систем, подверженных одновременному действию активных и параметрических нагрузок // Строительная механика и расчет сооружений. 1976. № 3. С. 30–34.

*REFERENCES*

1. Winter G. Strength of thin steel compression flanges. *Transactions ASCE*, 1947, 112, pp. 527–554.
2. Winter G. Thin-walled structures – theoretical solutions and test results. *Preliminary Publications of the Eighth Congress, International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*. New York, 1968. Pp. 101–112.
3. Peköz T. Development of a unified approach to the design of cold-formed steel members. *American Iron and Steel Institute Research Report*, 1987, CF 87-1, pp. 77–84.
4. Moldovan A. Compression tests on cold-formed steel columns with monosymmetrical section. *Thin-Walled Structures*, 1994, vol. 20(1–4), pp. 241–252.
5. Shafer B. W. Designing cold-formed steel using the direct strength method. *18th International Specialty Conference on Cold-formed Steel Structures, October 26–27, 2006*, Orlando, Florida, pp. 475–489.
6. Shafer B. W. Local, distortional, and Euler buckling of thin-walled columns. *Journal of Structuring Engineering*, 2002, vol. 128(3), pp. 289–299.
7. AISI S100–2016. *North American specification for the design of cold-formed steel structural members*.
8. AS/NZS 4600:2005. *Australian/New Zealand Standard. Cold-formed steel structures*.
9. EN 1993-1-3–2006. Eurocode 3. *Design of steel structures. Part 1–3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting*.
10. Kuznetsov A. Yu. Stress-strained and limit states in sections of bar elements made of galvanized profiles. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2013, no. 2(37), pp. 56–60. (In Russian).
11. Belyy G. I., Kuznetsov A. Yu. Influence of section reduction on the stability of rod elements of structures from paired cold-bent thin-walled profiles. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2016, no. 4(57), pp. 57–63. (In Russian).
12. Belyy G. I. On the strength calculation of rod elements of light steel thin-walled structures with multiparameter loading. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2019, no. 4(75), pp. 13–17. (In Russian).
13. Belyy G. I. Development of methods for calculating bar elements of steel structures under multiparameter loading. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2020, no. 3(80), pp. 43–54. (In Russian).
14. Belyy G. I. An analytical-numerical method for calcula-

ting the stability of rod elements of light steel thin-walled structures. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2020, no. 4(81), pp. 39–46. (In Russian).

15. Vlasov V. Z. *Tonkostennye uprugie sterzhni* [Thin-walled elastic rods]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 505 p. (In Russian).
16. Vorob'ev L. N. Deformation analysis and stability of thin-walled rods of an open profile. *Trudy Novocherkasskogo politekhnicheskogo instituta*, 1958, vol. 69/93, pp. 3–48. (In Russian).
17. Broude B. M. To the theory of thin-walled rods of open profile. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 1960, no. 5, pp. 6–11. (In Russian).
18. Vorontsov G. V. Small spatial fluctuations, stability and stable strength of thin-walled open-profile rods. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*, 1965, no. 1, pp. 44–49. (In Russian).
19. Beylin E. A. General equations of deformation analysis and stability of thin-walled rods. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 1969, no. 5, pp. 35–41. (In Russian).
20. Beylin E. A., Belyy G. I. To the deformation analysis of elastic systems subject to the simultaneous action of active and parametric loads. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 1976, no. 3, pp. 30–34. (In Russian).

Для цитирования: *Белый Г. И., Смирнов М. О.* Обратный численно-аналитический метод расчета легких стальных тонкостенных стержневых элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2021. № 3. С. 57–68. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.03.57-68.

For citation: Belyy G. I., Smirnov M. O. Inverse Numerical-Analytical Method for Calculation of Light Steel Thin-Walled Rod Elements. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering], 2021, no. 3, pp. 57–68. (In Russian). DOI: 10.33622/0869-7019.2021.03.57-68.