

УДК 624.012.045

Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом

Алексей Сергеевич САЛЬНИКОВ, аспирант, e-mail: ego2103@ukr.net

ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет»,
241037 Брянск, просп. Станке Димитрова, 3

Наталья Витальевна КЛЮЕВА, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой промышленного и гражданского строительства, e-mail: klynavit@yandex.ru

ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», 305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Владимир Иванович КОЛЧУНОВ, доктор технических наук, профессор, e-mail: vikolchunov@mail.ru

Национальный авиационный университет, Украина, 03580 Киев, просп. Космонавта Комарова, 1

Аннотация. Предложен метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, базирующийся на рабочих предположениях и построенных уравнениях. В качестве условия образования пространственных трещин при кручении с изгибом принято достижение главными деформациями удлинения бетона своих предельных значений (эти значения рассматриваются как занормированные параметры). Построенный метод распространяется на пространственные трещины второго вида, пересекающие только поперечную арматуру, которые образуются в произвольной точке внутри объема конструкции при поперечной силе, превышающей трещинообразующую, и прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе, а также на пространственные трещины третьего вида, пересекающие только поперечную арматуру, которые образуются в произвольной точке внутри объема конструкции при поперечной силе, превышающей трещинообразующую, которые могут выходить в любую точку верхней или боковой сжатой грани железобетонной конструкции. Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет определить минимальную обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины в произвольной точке конструкции. **Ключевые слова:** железобетонные конструкции, сопротивление кручению с изгибом, трещинообразование, пространственные трещины, метод расчета.

METHOD FOR DETERMINING THE MINIMUM LOAD AND FORMATION COORDINATES OF A SPATIAL CRACK IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES IN TORSION WITH BENDING

Alexey S. SALNIKOV, e-mail: ego2103@ukr.net

Bryansk State Engineering Technological University, prospekt Stanke Dimitrova, 3, Bryansk 241037, Russian Federation

Natalia V. KLYUYEVA, e-mail: klynavit@yandex.ru, Southwest State University, ul. 50 let Oktyabrya, 94, Kursk 305040, Russian Federation

Vladimir I. KOLCHUNOV, e-mail: vikolchunov@mail.ru, National Aviation University, prospekt Kosmonavta Komarova, 1, Kiev 03680, Ukraine

Abstract. The method for determining the minimum load and coordinates of a spatial crack formation in reinforced concrete structures under the action of torsion with bending is proposed. This method is based on working prerequisites and constructed equations. Achieving limit values by main deformations of concrete elongation is accepted as a condition for the formation of spatial cracks in the course of torsion with bending (these values are treated as the parameters that appear in rules). The constructed method is applied to the second type of spatial cracks crossing only the transverse reinforcement which are formed at an arbitrary point within the volume of the structure, when the transverse force exceeds the fracturing, and adjacent its apex to the concentrated force, as well as to the spatial cracks of the third type, crossing only the transverse reinforcement, which formed at the arbitrary point within the volume of the structure at the transverse force acceding the fracturing that can go anywhere in the upper or side faces of the compressed reinforced concrete structure. The physical interpretation of the resulting solution is that it allows to find the minimum generalized load, which corresponds to the formation of the first spatial crack at the arbitrary point of the structure.

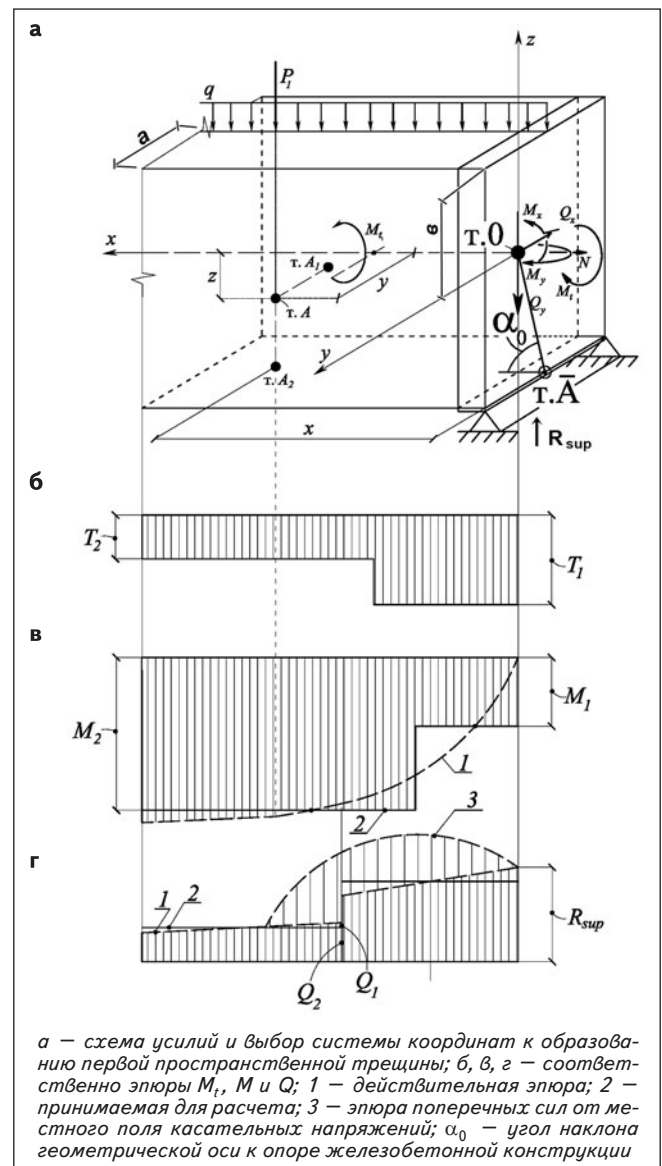
Key words: reinforced concrete structures, resistance to torsion with bending, crack formation, spatial cracks, method of calculation.

В высотных зданиях и сооружениях, количество которых в последние годы все более возрастает, практически все несущие железобетонные конструкции испытывают сложное сопротивление — кручение с изгибом. Учитывая актуальность и практическую потребность в разработке расчетных моделей сопротивления железобетонных конструкций зданий и сооружений при кручении с изгибом, были предложены рабочие предпосылки и расчетная модель образования пространственных трещин в произвольной точке железобетонных конструкций при кручении с изгибом [1, 2]. Основные из них базируются на том, что образование первой пространственной трещины происходит в точке *A* (см. рисунок), абсциссу которой и минимальную обобщенную нагрузку, выраженную в виде $R_{sup,cr,c}$, определяют из условия экстремума функции многих переменных. При этом эпюры нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении, проходящем через точку *A*, аппроксимируются между точками кусочно-линейными зависимостями [3], а в качестве критерия образования пространственной трещины принимается условие достижения главными деформациями удлинения бетона ε_{bt} своих предельных значений $\varepsilon_{bt,ul}$ [4].

Продолжая эти исследования и опираясь на решающие уравнения [2], построим обобщенную функцию напряженного состояния $F(R_{sup}, z, y, \sigma_y, \sigma_x, \tau_{xy}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7)$, с помощью которой можно рассчитать минимальное значение обобщенной нагрузки и координаты образования первой пространственной трещины.

Сопротивление стержневых железобетонных конструкций образованию первой пространственной трещины в произвольной точке конструкции при кручении с изгибом (см. рисунок) определяется на основании следующих зависимостей:

- уравнения связи между нормальными напряжениями σ_x и внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию R_{sup} , в виде обобщенной нагрузки в момент образования пространственных трещин, определяемой из формулы механики твердого деформируемого тела для нормальных напряжений в поперечном сечении, расположенном на расстоянии x от опоры с учетом продольной силы N , включающей в себя усилия предварительного напряжения, изгибающего момента $R_{sup}x$ от внешних сил и изгибающего момента $P_0 e_{0,p}$ от усилия предварительного напряжения, а также с учетом местных воздействий $(R_{sup}/bh)\varphi_x$ (φ_x — коэффициент учета местных нормальных напряжений в направлении оси x от опорных реакций по своему физическому смыслу соответствует СП 63.13330.2012 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции»). Из этого уравнения находим R_{sup} :



Расчетная схема к определению образования пространственных трещин второго (третьего) типа [1–3]

$$R_{sup} = \frac{\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} \mp P_0 e_{0,p} A_{red} z}{\pm x z A_{red} + \varphi_x I_{red}}; \quad (1)$$

- выражения для касательных напряжений кручения τ_t в поперечном сечении, расположенном на расстоянии x от опоры (в соответствии с СП 63.13330.2012), из которого определяем координату y (см. рисунок а):

$$y = \pm \frac{\sqrt{\tau_t^2 I_t^2 - z^2}}{M_t}; \quad (2)$$

- формулы для касательных напряжений в поперечном сечении τ_{xz} , расположенном на расстоянии x от опоры. При этом уравнения связи между обобщенной нагрузкой $R_{sup} - \tau_2$ и касательными напряжениями в поперечном сечении железобетон-

ного стержня τ_1 учитывают поперечную силу не только от опорной реакции (с учетом местных напряжений), но и от отгибаемых стержней [2]. Из этого выражения вычисляем координату z :

$$z = \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + (R_{sup}/A_{red})\varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc})B_2}, \quad (3)$$

где $B_1 = \frac{S_{n,ax}}{I_{red}b}$; $B_2 = \frac{1}{I_{red}b(h-z_d-h_f)}$ или $B_2 = \frac{1}{I_{red}b(z_d-h_f)}$ [2];

z_d – расстояние от геометрической оси до нижней грани железобетонной конструкции; φ_{xz} – коэффициент учета местных касательных напряжений от опорных реакций.

Для прямоугольных сечений параметр h'_f принимается равным $1/3(h - z_d)$, а $h_f = 1/3 z_d$, где z_d – расстояние от центра тяжести сечения до нижней грани;

- *уравнения связи между внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию R_{sup} , и нормальными напряжениями σ_z в точке, координаты которой можно определить с учетом местных полей напряжений от опорной реакции и сосредоточенной силы, а также с учетом предварительного напряжения в хомутах и отгибах. Из этой зависимости находим нормальные напряжения σ_z :*

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}}(\varphi_z + k\varphi_{2,z}) + B_3, \quad (4)$$

где $B_3 = \frac{\sigma_{sw,p}A_{sw,p}}{s_{sw,p}b} + \frac{\sigma_{inc,p}A_{inc,p}}{s_{inc,p}b} \sin \theta$; φ_z – коэффициент учета

местных нормальных напряжений в направлении оси z от опорных реакций; $k\varphi_{2,z}$ – коэффициент учета местных нормальных напряжений в направлении оси z от сосредоточенных сил. Обозначения параметров, входящих в выражение для B_3 соответствуют принятым в СП 63.13330.2012;

- *выражения для определения главных растягивающих напряжений записывается в виде*

$$\tau_{xz} = \pm \frac{E}{1 + \mu} \sqrt{\frac{4\varepsilon_{bt,ul}\varepsilon_x\varepsilon_z - 4\varepsilon_{bt,ul}^2(\varepsilon_x + \varepsilon_z) + 4\varepsilon_{bt,ul}\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z(\varepsilon_z + \varepsilon_x) - \varepsilon_y(4\varepsilon_{bt,ul}^2 + 4\varepsilon_x\varepsilon_z)}{\varepsilon_{bt,ul} - \varepsilon_y}}; \quad (8)$$

- *соотношения между изгибающим и крутящим моментом $M_{bond}/M_t = \eta$ имеем*

$$\tau_t = \frac{R_{sup}x\sqrt{z^2 + y^2}}{I_t\eta}. \quad (9)$$

Используя полученные уравнения для соответствующих неизвестных, можно записать:

$$F(R_{sup}, y, z, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{xy}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7) = \frac{\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} + P_0 e_{0,p} A_{red} z}{\pm x z A_{red} + \varphi_x I_{red}} + \left[y \mp \sqrt{\tau_t^2 I_t^2 - z^2} \right] \lambda_1 + \quad (10)$$

$$+ \left[z - \left(\frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + (R_{sup}/A_{red})\varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc})B_2} \right) \right] \lambda_2 + \left[\sigma_z - \left(\frac{R_{sup}}{A_{red}}(\varphi_z + k\varphi_{2,z}) + B_3 \right) \right] \lambda_3 + \left[\sigma_x - \frac{\tau_{zx}^2 + R_{bt}\sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}} \right] \lambda_4 +$$

$$\sigma^3 - \sigma^2 S_1 + \sigma S_2 - S_3 = 0, \quad (5)$$

где S_1, S_2, S_3 – первый, второй и третий инварианты напряженного состояния, соответственно.

Учитывая, что в рассматриваемой задаче $\sigma_y = 0$; $\tau_{zy} = 0$; $\tau_{xy} = 0$; $\tau_{yx} = \tau_t$, будем иметь: $S_1 = \sigma_x + \sigma_z$; $S_2 = \sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2$; $S_3 = 0$. Приняв главные растягивающие напряжения $\sigma = R_{bt}$ и записанные значения инвариантов напряженного состояния, получим неизвестные напряжения σ_x в поперечном сечении, расположенном на расстоянии x от опоры

$$\sigma_x = \frac{\tau_{zx}^2 + R_{bt}\sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}}; \quad (6)$$

- *условия образования пространственных трещин при кручении с изгибом, где главные деформации удлинения бетона равны $\varepsilon_{bt,ul}$*

$$\varepsilon^3 - \varepsilon^2 S_1 + \varepsilon S_2 - S_3 = 0, \quad (7)$$

где S_1, S_2, S_3 – первый, второй и третий инварианты деформированного состояния, соответственно.

Учитывая, что при рассматриваемом напряженном состоянии $\sigma_y = 0$; $\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z)$;

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_z + \sigma_{x,d}); \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x);$$

$\varepsilon_{x,d} = w/x$, $\varepsilon_{x,d}$ – относительные деформации депланации поперечного сечения, расположенного на расстоянии x от опоры, w – абсолютные деформации депланации поперечного сечения, расположенного на расстоянии x от опоры [1, 2, 5, 6],

$$w = \frac{M_t}{G I_t} f(x, z); \quad f(x, z) = \beta x z; \quad \beta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2};$$

находим τ_{xz} :

$$\begin{aligned}
 & + \left[\tau_{xz} \pm \frac{E}{1 + \mu} \sqrt{\frac{4\varepsilon_{bt,ul}\varepsilon_x\varepsilon_z - 4\varepsilon_{bt,ul}^2(\varepsilon_x + \varepsilon_z) + 4\varepsilon_{bt,ul}\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z(\varepsilon_z + \varepsilon_x) - \varepsilon_y(4\varepsilon_{bt,ul}^2 + 4\varepsilon_x\varepsilon_z)}{\varepsilon_{bt,ul} - \varepsilon_y}} \right] \lambda_5 + \\
 & + \left[\tau_t - \frac{R_{sup}x\sqrt{z^2 + y^2}}{I_t\eta} \right] \lambda_6 + \left[R_{sup} - \frac{\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} \mp P_0 e_{0,p} A_{red} z}{\pm xz A_{red} + \varphi_x I_{red}} \right] \lambda_7.
 \end{aligned}$$

Выполним дифференцирование обобщенной функции напряженного состояния (10) по переменным R_{sup} , y , z , σ_x , σ_z , τ_x , τ_t , x . В итоге получим следующие выражения:

$$\frac{\partial F}{\partial R_{sup}} = \left[\frac{(\varphi_{xz}/A_{red})Q_{inc} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc})^2 B_2} \right] \lambda_2 - \left[\frac{\varphi_z + k\varphi_{2z}}{A_{red}} \right] \lambda_3 - \left(\frac{x\sqrt{z^2 + y^2}}{I_t\eta} \right) \lambda_6 + \lambda_7; \quad (11) \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \lambda_1 + \frac{R_{sup}xy}{I_t\eta\sqrt{z^2 + y^2}} \lambda_6; \quad (12)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \left[\frac{(\mp P_0 e_{0,p} A_{red})(xz A_{red} + \varphi_x I_{red}) - \left(x A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta z} I_{red} \right) (\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} \mp P_0 e_{0,p} A_{red} z)}{(xz A_{red} + \varphi_x I_{red})^2} \right] (\lambda_7 - 1) \pm \quad (13)$$

$$\pm \frac{z}{\sqrt{(\tau_t^2 I_t^2 - z^2) M_t}} \lambda_1 + \left[\frac{A_{red} B_2 (R_{sup} - Q_{inc}) - R_{sup} \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta z}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) B_2} \right] \lambda_2 - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \left(\frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta z} + k \frac{\varphi_{2x,i+1} - \varphi_{2x,i-1}}{2\Delta z} \right) \lambda_3 - \frac{R_{sup}xz}{I_t\eta\sqrt{z^2 + y^2}} \lambda_6;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_z} = \lambda_3 + \frac{\tau_{zz}^2}{(\sigma_z - R_{bt})^2} \lambda_4; \quad (14) \quad \frac{\partial F}{\partial \tau_{xz}} = \frac{1}{(R_{sup} - Q_{inc}) B_2} \lambda_2 - \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_z - R_{bt}} \lambda_4 + \lambda_5; \quad (16)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{A_{red} I_{red}}{\pm xz A_{red} + \varphi_x I_{red}} (1 - \lambda_7) + \lambda_4; \quad (15) \quad \frac{\partial F}{\partial \tau_t} = \mp \frac{\tau_t}{\sqrt{\tau_t^2 I_t^2 - z^2} M_t} \lambda_1 + \lambda_6; \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F}{\partial x} = & \left(\frac{\pm x A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} I_{red}}{(\pm xz A_{red} + \varphi_x I_{red})^2} \right) (\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} \mp P_0 e_{0,p} A_{red} z) (\lambda_7 - 1) + \left(\frac{R_{sup} \frac{\varphi_{xz,i+1} - \varphi_{xz,i-1}}{2\Delta z}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) B_2} \right) \lambda_2 - \\
 & - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \left(\frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta x} + k \frac{\varphi_{2z,i+1} - \varphi_{2z,i-1}}{2\Delta x} \right) \lambda_3 - \frac{R_{sup}\sqrt{z^2 + y^2}}{I_t\eta} \lambda_6. \quad (18)
 \end{aligned}$$

На основе выражений для частных производных функции F (11)–(18) и приравнивая их к нулю, получим систему уравнений:

$$\left(\frac{\frac{\varphi_{xz}}{A_{red}} Q_{inc} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc})^2 B_2} \right) \lambda_2 - \left[\frac{\varphi_z + k\varphi_{2z}}{A_{red}} \right] \lambda_3 - \left(\frac{x\sqrt{z^2 + y^2}}{I_t\eta} \right) \lambda_6 + \lambda_7 = 0; \quad (19) \quad \lambda_1 - \frac{R_{sup}xy}{I_t\eta\sqrt{z^2 + y^2}} \lambda_6 = 0; \quad (20)$$

$$\left[\frac{(\mp P_0 e_{0,p} A_{red})(xz A_{red} + \varphi_x I_{red}) - \left(x A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta z} I_{red} \right) (\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} \mp P_0 e_{0,p} A_{red} z)}{(xz A_{red} + \varphi_x I_{red})^2} \right] (\lambda_7 - 1) \pm \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 & \pm \frac{z}{\sqrt{(\tau_t^2 I_t^2 - z^2) M_t}} \lambda_1 + \left[\frac{A_{red} B_2 (R_{sup} - Q_{inc}) - R_{sup} \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta z}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) B_2} \right] \lambda_2 - \\
 & - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \left(\frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta z} + k \frac{\varphi_{2x,i+1} - \varphi_{2x,i-1}}{2\Delta z} \right) \lambda_3 - \frac{R_{sup}xz}{I_t\eta\sqrt{z^2 + y^2}} \lambda_6 = 0;
 \end{aligned}$$



$$\lambda_3 + \frac{\tau_{zx}^2}{(\sigma_z - R_{bt})^2} \lambda_4 = 0; \quad (22)$$

$$\frac{A_{red} I_{red}}{\pm x x A_{red} + \varphi_x I_{red}} (1 - \lambda_7) + \lambda_4 = 0; \quad (23)$$

$$\frac{1}{(R_{sup} - Q_{inc}) B_2} \lambda_2 - \frac{2\tau_{zx}}{\sigma_z - R_{bt}} \lambda_4 + \lambda_5 = 0; \quad (24)$$

$$\mp \frac{\tau_t}{\sqrt{\tau_t^2 I_t^2 - z^2} M_t} \lambda_1 + \lambda_6 = 0; \quad (25)$$

$$\frac{\left(\pm x A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} I_{red} \right) (\sigma_x A_{red} I_{red} - N I_{red} \mp P_0 e_{0,p} A_{red} z)}{(\pm x x A_{red} + \varphi_x I_{red})^2} (\lambda_7 - 1) - \left(\frac{R_{sup} \frac{\varphi_{xz,i+1} - \varphi_{xz,i-1}}{2\Delta x}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) B_2} \right) \lambda_2 - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \left(\frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta x} + k \frac{\varphi_{2z,i+1} - \varphi_{2z,i-1}}{2\Delta x} \right) \lambda_3 - \frac{R_{sup} \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \eta} \lambda_6 = 0. \quad (26)$$

Из решения системы уравнений (19)–(26) после алгебраических преобразований получим формулу для координаты x точки образования пространственной трещины

$$x = \frac{\pm M_t I_t \eta \sqrt{z^2 + y^2} \sqrt{\tau_t^2 I_t^2 - z^2}}{\tau_t R_{sup} y}. \quad (27)$$

При этом несложно видеть, что все разрешающие уравнения и определяемые из них параметры оказываются «замкнутыми» в едином решении задачи определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.

После определения абсциссы x точки A (см. рисунок), в которой образуется пространственная трещина, и обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию R_{sup} , можно установить пространственное расположение главных площадок в окрестности этой точки, в плоскости которой будет располагаться начало пространственной трещины. Другими словами, можно найти направление развития пространственной трещины. Направляющие косинусы l, m рассчитывают из уравнений:

$$(\sigma_x - \sigma)l + \tau_{xy}m + \tau_{xz}n = 0; \quad (28)$$

$$\tau_{xy}l + (\sigma_y - \sigma)m + \tau_{yz}n = 0; \quad (29)$$

$$\tau_{zx}l + \tau_{yz}m + (\sigma_z - \sigma)n = 0; \quad (30)$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 0. \quad (31)$$

Так как для рассматриваемой задачи (см. рисунок) $\sigma_y = 0; \tau_{yz} = 0; \tau_{xy} = \tau_t; \sigma = \sigma_1 = \beta R_{bt}$. При этом из первых трех уравнений используется только два любых на выбор (в данном случае – второе и третье), чтобы количество уравнений равнялось количеству неизвестных направляющих косинусов, то формулы (29)–(31) примут вид

$$\tau_t l - \beta R_{bt} m = 0; \quad (32)$$

$$\tau_{zx} l + (\sigma_z - \beta R_{bt}) n = 0; \quad (33)$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1. \quad (34)$$

Физическая интерпретация полученных уравнений состоит в том, что они позволяют определять минимальную обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины в произвольной точке (находить координаты) внутри объема конструкции, и направляющие косинусы расположения главной площадки в окрестности этой точки, в плоскости которой будет располагаться начало пространственной трещины.

Вывод

Предложено достаточно строгое аналитическое решение важной задачи теории железобетона по оценке трещиностойкости железобетонных конструкций при кручении с изгибом. Полученное решение позволяет рассчитать минимальную обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины в произвольной точке конструкции, и определить ее координаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Salnikov A., Kolchunov Vl., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending [Вычислительная модель пространственного образования трещин в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом] // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 725–726. Pp. 784–789.
2. Сальников А. С., Колчунов Вл. И., Яковенко И. А.

- Расчетная модель образования пространственных трещин первого вида при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 35–40.
3. Клюева Н. В., Яковенко И. А., Усенко Н. В. К расчету ширины раскрытия наклонных трещин третьего типа в составных железобетонных конструкциях // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 2. С. 8–11.

4. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М. : АСВ, 2004. 472 с.
5. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. В 2-х книгах. М. : Стройиздат, 1972. Кн. 1. 600 с.
6. Прочность, устойчивость, колебания : справочник. В 3-х томах. М. : Машиностроение, 1968. Т. 1. 831 с.; Т. 2. 463 с.; Т. 3. 567 с.

R E F E R E N C E S

1. Salnikov A., Kolchunov V. I., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 725–726, pp. 784–789.
2. Salnikov A. S., Kolchunov V. I., Yakovenko I. A. Computational model of formation of spatial cracks of the first type in reinforced concrete structures under torsion with bending. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2015, no. 3, pp. 35–40. (In Russian).
3. Klyuyeva N. V., Yakovenko I. A., Usenko N. V. On calculation of width of opening of inclined cracks of the third type in composite reinforced concrete. *Promyshlennoe i grazhdanskoye stroitel'stvo*, 2014, no. 2, pp. 8–11. (In Russian).
4. Bondarenko V. M., Kolchunov V. I. *Raschetnyye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona* [Computational model of force resistance of reinforced concrete]. Moscow, ASV Publ., 2004. 472 p. (In Russian).
5. *Spravochnik proyektirovshchika promyshlennykh, zhilykh i obshchestvennykh zdaniy i sooruzheniy* [Directory of designer industrial, residential and public buildings and structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1972. 600 p. (In Russian).
6. *Prochnost, ustoychivost, kolebaniya : spravochnik* [Strength, stability, vibrations : Handbook]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1968. Vol. 1. 831 p.; Vol. 2. 463 p.; Vol. 3. 567 p. (In Russian).

Для цитирования: Сальников А. С., Ключева Н. В., Колчунов Вл. И. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 1. С. 52–57.

For citation: Salnikov A. S., Klyuyeva N. V., Kolchunov V. I. Method for determining the minimum load and formation coordinates of a spatial crack in reinforced concrete structures in torsion with bending. *Promyshlennoe i grazhdanskoye stroitel'stvo*, 2016, no. 1, pp. 52–57. (In Russian). ■